Karmaşık Sayılar

Reel sayılar kümesinde denklemlerin çözüm kümesinin aşağıdaki kavrama sorularındaki gibi bulunacağını öğrenmiştik.

kavrama sorusu

$x^2 - 9 = 0$

denkleminin reel sayılardaki çözüm kümesini bulunuz.

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ olduğunu hatırlayınız.

çözüm

$x^2 - 9 = (x-3).(x+3) = 0$

$x-3=0$ veya $x+3=0$

$x=3$ $\quad$ $x=-3$

***Cevap:* {–3,3}**

kavrama sorusu

$x^2 - 4x - 12 = 0$

denkleminin reel sayılardaki çözüm kümesini bulunuz.

çözüm

$x^2 - 4x - 12 = 0$

↓ ↓

x –6

x +2

$x^2 - 4x - 12 = (x-6).(x+2) = 0$

$x-6=0$ veya $x+2=0$

$x=6$ $\quad$ $x=-2$

***Cevap:* {–2,6}**

kavrama sorusu

$(x+3)(x^2-3) = x+3$

denkleminin reel sayılardaki çözüm kümesini bulunuz.

çözüm

$(x+3)(x^2-3) = x+3$

$(x+3).(x^2-3) - (x+3) = 0$

$(x+3).(x^2-3-1) = 0$

$(x+3).(x^2-4) = 0$

$(x+3).(x-2).(x+2) = 0$

$x+3=0$ veya $x-2=0$ veya $x+2=0$

$x=-3$ $\quad$ $x=2$ $\quad$ $x=-2$

***Cevap:* {–3,–2,2}**

kavrama sorusu

$x^2 + 4 = 0$

denkleminin reel sayılardaki çözüm kümesini bulunuz.

çözüm

$x^2 + 4 = 0$ ise $x^2 = -4$ tür.

Karesi –4 olan reel sayı olmadığı için çözüm kümesi boş kümedir.

***Cevap:* Ø**

soru 1

$x^2-16=0$

denkleminin reel sayılardaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {4} B) {–4} C) {–4,4} D) {–2,2} E) Ø

soru 2

$3x^2-1=11$

denkleminin reel sayılardaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–2} B) {2} C) {–4} D) {–2,2} E) {4}

soru 3

$x^2+2x-8=0$

denkleminin reel sayılardaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–4,2} B) {–4} C) {2} D) {–2,4} E) {2,4}

soru 4

$2x^2-5x-3=0$

denkleminin reel sayılardaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left\{-3,\frac{1}{2}\right\}$ B) $\left\{-\frac{3}{2},1\right\}$ C) {3} D) $\left\{\frac{3}{2}\right\}$ E) $\left\{-\frac{1}{2},3\right\}$

soru 5

$(x-3).(x+5)=x+5$

denkleminin reel sayılardaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–5} B) {–5,3} C) {4} D) {–5,4} E) {–5,5}

soru 6

$(x-3).(x^2-3)=x-3$

denkleminin reel sayılardaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {2} B) {3} C) {2,3} D) {–2,3} E) {–2,2,3}

soru 7

$x^2+36=0$

denkleminin reel sayılardaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–6,6} B) Ø C) {–6} D) {6} E) {–3,3}

soru 8

$(x-4).(x^2+50)=x^2+50$

denkleminin reel sayılardaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {4} B) {5} C) {5,7} D) {–7,5,7} E) Ø

1 – C 2 – D 3 – A 4 – E 5 – D 6 – E 7 – B 8 – B

Sanal (İmajiner) Sayı Birimi

$x^2+4=0$ denkleminin reel sayılar kümesinde çözüm kümesi boş kümedir. Bu tür denklemlerin çözülebilmesi için reel sayılar kümesi genişletilmiştir. $\sqrt{-1}=i$ sayısı kullanılarak bu tür denklemler çözülmüştür. $\sqrt{-1}=i$ sayısına sanal (imajiner) sayı birimi denir. $i=\sqrt{-1}$ ise $i^2=-1$ dir.

kavrama sorusu

$x^2+25=0$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

çözüm

$x^2+25=0$

$x^2=-25=25.(-1)=25i^2$

$x^2=25i^2$

↙ ↘

$x=5i$ $x=-5i$

Cevap: {–5i,5i}

kavrama sorusu

$(x^2+9)(x^2+4)=0$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

çözüm

$(x^2+9)\ (x^2+4)=0$

$x^2+9=0$ veya $x^2+4=0$

$x^2=-9=9.(-1)$ $x^2=-4=4.(-1)$

$x^2=9i^2$ $x^2=4i^2$

↙ ↘ ↙ ↘

$x=3i$ $x=-3i$ $x=2i$ $x=-2i$

Cevap: {–3i,–2i,2i,3i}

kavrama sorusu

$x^4-16=0$

denkleminin reel sayılardaki çözüm kümesini bulunuz.

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ olduğunu hatırlayınız.

çözüm

$x^4-16=(x^2-4)(x^2+4)=(x-2)(x+2)(x^2+4)=0$

$x-2=0$ veya $x+2=0$ veya $x^2+4=0$

$x=2$ $x=-2$ $x^2=-4$

(Karesi –4 olan reel sayı yoktur.)

Cevap: {–2,2}

kavrama sorusu

$x^4-81=0$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Bir önceki kavrama sorusu ile bu sorunun farkına dikkat ettiniz mi? Bir önceki soruda denklemin reel sayılardaki çözüm kümesinin sorulduğuna dikkat ediniz.

çözüm

$x^4-81=(x^2-9)(x^2+9)=(x-3)(x+3)(x^2+9)=0$

$x-3=0$ veya $x+3=0$ veya $x^2+9=0$

$x=3$ $x=-3$ $x^2=-9=9.(-1)$

$x^2=9i^2$

↙ ↘

$x=3i$ $x=-3i$

Cevap: {–3i,–3,3,3i}

soru 1

$x^2+1=0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–i,i} B) {–i} C) {i} D) {–1,1} E) Ø

soru 2

$(x+2)(x^2+4)=0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–2i,2i} B) {–2,–2i,2i} C) {–2} D) {–2i,2,2i} E) {–2,2i}

soru 3

$(x^2+49)(x^2+81)=0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {7i,9i} B) {–9i,–7i} C) {7,9} D) {–7i,7i,9i} E) {–9i,–7i,7i,9i}

soru 4

$(x-4).(x^2+49)=x^2+49$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {5} B) {5,7i} C) {4} D) {5,7i,–7i} E) {–7i,7i}

soru 5

$x^4-1=0$

denkleminin reel sayılardaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–1} B) {–1,1} C) {1} D) {–1,0,1} E) Ø

soru 6

$(x-3)(x^2+9)=x^2+9$

denkleminin reel sayılardaki çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–3,3} B) {–3,3,4} C) {4} D) {3,4} E) {–3,4}

soru 7

$x^4-16=0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–2,2} B) {2} C) {–2,2,2i} D) {–2i,–2,2,2i} E) {–2,–2i,2}

soru 8

$x^4-2=0$

denkleminin çözüm kümesi kaç elemanlıdır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

1 – A 2 – B 3 – E 4 – D 5 – B 6 – C 7 – D 8 – E

$i=\sqrt{-1}$ olmak üzere, $a>0$ ise $\sqrt{-a}=\sqrt{a}.\sqrt{-1}=\sqrt{a}.i$ dir.

kavrama sorusu

Aşağıda verilen sayıların eşitini bulunuz.

a) $\sqrt{-4}$

b) $\sqrt{-9}$

c) $\sqrt{-12}$

d) $\sqrt{16}$

e) $\sqrt[3]{-27}$

çözüm

$\sqrt{-a}=\sqrt{a}.i$ eşitliğinden

a) $\sqrt{-4}=\sqrt{4}.i=2i$

b) $\sqrt{-9}=\sqrt{9}.i=3i$

c) $\sqrt{-12}=\sqrt{12}.i=2\sqrt{3}i$

d) $\sqrt{16}=4$ (Kökün içindeki sayının negatif olmadığına dikkat ediniz.)

e) $\sqrt[3]{-27}=\sqrt[3]{-3^3}=-3$

kavrama sorusu

$\sqrt{-25}+\sqrt{-36}-\sqrt{-9}$

işleminin sonucunu bulunuz.

çözüm

$\sqrt{-a}=\sqrt{a}.i$ eşitliğinden

$\sqrt{-25}=\sqrt{25}.i=5i$

$\sqrt{-36}=\sqrt{36}.i=6i$

$\sqrt{-9}=\sqrt{9}.i=3i$

$\sqrt{-25}+\sqrt{-36}-\sqrt{-9}=5i+6i-3i=8i$

Cevap: 8i

kavrama sorusu

$\sqrt{-4}\,.\sqrt{-9}+\sqrt{-2}.\sqrt{8}$

işleminin sonucunu bulunuz.

çözüm

$\sqrt{-a}=\sqrt{a}.i$ eşitliğinden

$\sqrt{-4}=\sqrt{4}.i=2i$

$\sqrt{-9}=\sqrt{9}.i=3i$

$\sqrt{-2}=\sqrt{2}.i=\sqrt{2}i$

$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\sqrt{-4}.\sqrt{-9}+\sqrt{-2}.\sqrt{8}=2i.3i+\sqrt{2}.i.2\sqrt{2}=6\underset{\substack{\downarrow\\ -1}}{i^2}+4i=-6+4i$

Cevap: –6+4i

kavrama sorusu

$x<0<y$ olmak üzere,

$\sqrt{-x^2}-\sqrt{-(x-y)^2}$

ifadesinin eşitini bulunuz.

$x<0$ için $|x|=-x$

$x-y<0$ için $|x-y|=-x+y$

olduğuna dikkat ediniz.

çözüm

$\sqrt{-a}=\sqrt{a}.i$ eşitliğinden

$\sqrt{-x^2}=\sqrt{x^2}.i=|x|.i=-x.i$

$\sqrt{-(x-y)^2}=\sqrt{(x-y)^2}.i=|x-y|.i=(-x+y)i$

$\sqrt{-x^2}-\sqrt{-(x-y)^2}=-x.i-(-x+y).i$

$=-x.i+x.i-y.i=-y.i$

Cevap: –y.i

soru 1

Aşağıda verilenlerden kaç tanesi doğrudur?

I. $\sqrt{-5}=\sqrt{5}i$

II. $\sqrt{-9}=3i$

III. $\sqrt{-16}=4i$

IV. $\sqrt{25}=-5i$

V. $\sqrt[3]{-8}=2i$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 2

Aşağıda verilenlerden kaç tanesi reel sayıdır?

I. $\sqrt{8}$

II. $\sqrt{-9}$

III. $\sqrt{-15}$

IV. $\sqrt[3]{27}$

V. $\sqrt{-24}+2\sqrt{-6}$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 3

$\sqrt{-16}-\sqrt{-9}+\sqrt{-1}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) i B) 2i C) 3i D) 4i E) 5i

soru 4

$\sqrt{-1}-\sqrt{-4}+\sqrt{-9}-\sqrt{-16}+\sqrt{-25}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) i B) 2i C) 3i D) 4i E) 5i

soru 5

$\sqrt{-3}.\sqrt{-12}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –6 B) –6i C) 6i D) 6 E) 36

soru 6

$\sqrt{-2}.\sqrt{-3}.\sqrt{-6}+\sqrt{-4}.\sqrt{9}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –12i B) –6i C) 0 D) 6i E) 12i

soru 7

$x<y<0$ olmak üzere,

$\sqrt{-x^2}+\sqrt{-y^2}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–x–y)i B) (–x+y)i C) (x–y)i D) (x+y)i E) –x–yi

soru 8

$x<0<y$ olmak üzere,

$\sqrt{x^2}+\sqrt{-y^2}-\sqrt{-(x-y)^2}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2x.i B) 0 C) x–xi D) –x–xi E) –x+xi

1 – C 2 – B 3 – B 4 – C 5 – A 6 – C 7 – A 8 – E

i nin kuvvetleri

$i^2=-1$ ve n tamsayı olmak üzere,

$i=i$	$i^5=i^4.i=1.i=i$
$i^2=-1$	$i^6=i^4.i^2=1.(-1)=-1$
$i^3=i^2.i=-1.i=-i$	$i^7=i^4.i^3=1.(-i)=-i$
$i^4=i^2.i^2=1.1=1$	$i^8=i^4.i^4=1.1=1$

i sayısının herhangi bir kuvveti bulunurken kuvvetin 4 ile bölümünden kalanı i nin kuvveti olarak alırız. Kalan 1 ise $i^1=i$, kalan 2 ise $i^2=-i$, kalan 3 ise $i^3=-i$ ve kalan 0 ise $i^4=1$ eşitlikleri kullanılır.

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere, **aşağıda verilen sayıların eşitlerini bulunuz.**

a) i^{75}

b) i^{82}

c) i^{80}

çözüm

i nin kuvvetlerinin 4 ile bölümünden kalanları bulmamız gerekir.

a) 75 | 4 ; 72 | 18 ; kalan ③ — Kalan 3 olduğu için $i^{75}\equiv i^3=-i$

b) 82 | 4 ; 80 | 20 ; kalan ② — Kalan 2 olduğu için $i^{82}\equiv i^2=-1$

c) 80 | 4 ; 80 | 20 ; kalan ⓪ — Kalan 0 olduğu için $i^{80}\equiv i^4=1$

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

i^{523}

sayısının eşitini bulunuz.

çözüm

i^{523} ün eşitini bulmak için 523 ün 4 ile bölümünden kalanı bulmamız gerekir.

523 | 4 ; 520 | 130 ; kalan ③ — Kalan 3 olduğu için $i^{523}\equiv i^3=-i$

Cevap: –i

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(\sqrt{-25}-\sqrt{-16})^{2014}$

sayısının eşitini bulunuz.

çözüm

$\sqrt{-25}=\sqrt{25}i=5i$, $\sqrt{-16}=\sqrt{16}i=4i$

$(\sqrt{-25}-\sqrt{-16})^{2014}=(5i-4i)^{2014}=i^{2014}$

i^{2014} ün eşitini bulmak için 2014 ün 4 ile bölümünden kalanı bulmamız gerekir.

2014 | 4 ; 2012 | 503 ; kalan ② — Kalan 2 olduğu için $i^{2014}\equiv i^2=-1$

Cevap: –1

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(-2i)^{17}$

sayısının eşitini bulunuz.

$(a.b)^n=a^n.b^n$ olduğunu hatırlayınız.

çözüm

$(-2i)^{17}=(-2)^{17}.i^{17}=-2^{17}.i^{17}$

i^{17} nin eşitini bulmak için 17 nin 4 ile bölümünden kalanı bulmamız gerekir.

17 | 4 ; 16 | 4 ; kalan ① — Kalan 1 olduğu için $i^{17}\equiv i^1=i$

O halde, $(-2i)^{17}=-2^{17}.i^{17}=-2^{17}.i$

Cevap: $-2^{17}.i$

soru 1

$i^2=-1$ olmak üzere,

aşağıda verilen eşitliklerden kaç tanesi doğrudur?

I. $i^{42}=-1$ III. $i^{95}=-i$ V. $i^{102}=1$

II. $i^{72}=1$ IV. $i^{81}=i$ VI. $i^{123}=-i$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

soru 2

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(-i)^{83}$

sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) i B) 1 C) 0 D) –1 E) –i

soru 3

$i^2=-1$ olmak üzere,

i^{1972}

sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –i B) –1 C) 0 D) 1 E) i

soru 4

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(i^5)^{105}$

sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –i B) –1 C) 0 D) 1 E) i

soru 5

$i^2=-1$ olmak üzere,

$i^{(5)^3}$

sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –i B) –1 C) 0 D) 1 E) i

soru 6

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(\sqrt{-9}-\sqrt{-4})^{2002}$

sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2i B) –i C) –1 D) 1 E) i

soru 7

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(-2i)^{23}+(2i)^{23}$

toplamının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2^{24}.i$ B) -2^{24} C) 0 D) 2^{24} E) $2^{24}.i$

soru 8

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(\sqrt{-1}-\sqrt{-9})^4+(\sqrt{-4})^5-16$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 32i B) 32 C) 16 D) –32 E) –32i

1 – D 2 – A 3 – D 4 – E 5 – E 6 – C 7 – C 8 – A

$i^2=-1$ ve n tam sayı olmak üzere

$i=i$

$i^2=-1$ eşitliklerinden

$i^3=-i$

$i^4=1$

$i^{4n+1}=i^{4n}.i^1=1.i=i$

$i^{4n+2}=i^{4n}.i^2=1.(-1)=-1$

$i^{4n+3}=i^{4n}.i^3=1.(-i)=-i$

$i^{4n}=1$

ve $i+i^2+i^3+i^4=0$ bulunur.

kavrama sorusu

$i^2=-1$ ve n tamsayı olmak üzere,

i^{4n+23}

sayısının eşitini bulunuz.

$a^{n+m}=a^n.a^m$ olduğunu hatırlayınız.

çözüm

$i^{4n+23}=i^{4n}.i^{23}=1.i^{23}=i^{23}$

i^{23} ün eşitini bulmak için 23 ün 4 ile bölümünden kalanı bulmamız gerekir.

23 | 4 → 20 | 5, kalan 3

Kalan 3 olduğu için

$i^{23}=i^3=-i$

O halde, $i^{4n+23}=i^{23}=-i$

Cevap: –i

kavrama sorusu

$i^2=-1$ ve n tamsayı olmak üzere,

i^{8n+70}

sayısının eşitini bulunuz.

çözüm

$i^{8n+70}=i^{8n}.i^{70}$

$i^{8n+70}=(i^{4n})^2.i^{70}$

$i^{8n+70}=1^2.i^{70}=i^{70}$

i^{70} in eşitini bulmak için 70 in 4 ile bölümünden kalanı bulmamız gerekir.

70 | 4 → 68 | 17, kalan 2

Kalan 2 olduğu için

$i^{70}=i^2=-1$

O halde, $i^{8n+70}=i^{70}=-1$

Cevap: –1

kavrama sorusu

$i^2=-1$ ve n tamsayı olmak üzere,

$i+i^2+i^3+i^4+i^5$

ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$i=i,\ i^2=-1,\ i^3=-i,\ i^4=1,\ i^5=i$

$i+i^2+i^3+i^4+i^5=i+(-1)+(-i)+1+i$

$=i$

Cevap: i

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

$i^{40}+i^{39}+i^{38}+i^{37}$

ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

Kuvvetlerin 4 ile bölümünden kalanları bulmamız gerekir.

40 | 4 → 40 | 10, kalan 0

39 | 4 → 36 | 9, kalan 3

38 | 4 → 36 | 9, kalan 2

37 | 4 → 36 | 9, kalan 1

$i^{40}=i^4=1,\quad i^{39}=i^3=-i,\quad i^{38}=i^2=-1,\quad i^{37}=i^1=i$

$i^{40}+i^{39}+i^{38}+i^{37}=1+(-i)+(-1)+i=0$

Cevap: 0

soru 1

$i^2=-1$ ve n tamsayı olmak üzere,

i^{4n+29}

sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) –i C) 1 D) i E) 2i

soru 2

$i^2=-1$ ve n tamsayı olmak üzere,

$i^{4n+71}-i^{4n+69}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2i B) –i C) 0 D) i E) 2i

soru 3

$i^2=-1$ ve n tamsayı olmak üzere,

i^{8n+503}

sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) –i C) 1 D) i E) 2i

soru 4

$i^2=-1$ ve n tamsayı olmak üzere,

$$\frac{i^{8n+78}+i^{20n+101}}{i^{19}+i^{8n}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) –i C) 0 D) i E) 1

soru 5

$i^2=-1$ olmak üzere,

$1+i+i^2+i^3+i^4+i^5+i^6+i^7$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) –i C) 0 D) i E) 1

soru 6

$i^2=-1$ olmak üzere,

$i+i^2+i^3+i^4+.......i^{55}+i^{56}+i^{57}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) –i C) 0 D) 1 E) i

soru 7

$i^2=-1$ olmak üzere,

$i^{26}+i^{27}+i^{28}+i^{29}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) –i C) 0 D) i E) 1

soru 8

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\frac{i^{2013}+i^{2012}}{i^{2009}+i^{2008}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) –i C) 0 D) 1 E) i

1 – D 2 – A 3 – B 4 – A 5 – C 6 – E 7 – C 8 – D

i nin negatif kuvveti

i nin negatif kuvvetinin eşitini bulmak için aşağıda belirtilen adımlar uygulanır.

1. adım: Kuvveti pozitif alıp 4 ile bölümünden kalan bulunur.

2. adım: 1. adımda bulunan kalan sayı 4 ten çıkarılıp i nin kuvveti olarak alınır.

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

i^{-7}

sayısının eşitini bulunuz.

çözüm

1. adım: Kuvveti 7 alıp 4 ile bölümünden kalanı bulalım.

$$\begin{array}{r|l} 7 & 4 \\ -\,4 & 1 \\ \hline \textcircled{3} & \end{array}$$

2. adım: $4-3=1$

O halde, $i^{-7} \equiv i^1 = i$

Cevap: i

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

i^{-85}

sayısının eşitini bulunuz.

çözüm

1. adım: Kuvveti 85 alıp 4 ile bölümünden kalanı bulalım.

$$\begin{array}{r|l} 85 & 4 \\ -\,84 & 21 \\ \hline \textcircled{1} & \end{array}$$

2. adım: $4-1=3$

O halde, $i^{-85} \equiv i^3 = -i$

Cevap: –i

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

$i^{-66}+i^{-80}-i^{-93}$

işleminin sonucunu bulunuz.

çözüm

Kuvvetleri pozitif alıp 4 ile bölümünden kalanları bulalım.

1. adım:

$$\begin{array}{r|l} 66 & 4 \\ -\,64 & 16 \\ \hline \textcircled{2} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 80 & 4 \\ -\,80 & 20 \\ \hline \textcircled{0} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 93 & 4 \\ -\,92 & 23 \\ \hline \textcircled{1} & \end{array}$$

2. adım: $4-2=2$, $\quad 4-0=4$, $\quad 4-1=3$

$i^{-66} \equiv i^2 = -1$, $\quad i^{-80} \equiv i^4 = 1$, $\quad i^{-93} \equiv i^3 = -i$

$i^{-66}+i^{-80}-i^{-93} = -1+1-(-i) = i$

Cevap: i

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

$i^{-1}+i^{-2}+i^{-3}-i^{-4}$

işleminin sonucunu bulunuz.

çözüm

Kuvvetleri pozitif alıp 4 ile bölümünden kalanları bulalım.

1. adım:

$$\begin{array}{r|l} 1 & 4 \\ -\,0 & 0 \\ \hline \textcircled{1} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2 & 4 \\ -\,0 & 0 \\ \hline \textcircled{2} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3 & 4 \\ -\,0 & 0 \\ \hline \textcircled{3} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4 & 4 \\ -\,4 & 1 \\ \hline \textcircled{0} & \end{array}$$

2. adım: $4-1=3$, $\quad 4-2=2$, $\quad 4-3=1$, $\quad 4-0=4$

$i^{-1} \equiv i^3 = -i$, $\quad i^{-2} \equiv i^2 = -1$, $\quad i^{-3} \equiv i^1 = i$, $\quad i^{-4} \equiv i^4 = 1$

$i^{-1}+i^{-2}+i^{-3}-i^{-4} = (-i)+(-1)+(i)-1 = -2$

Cevap: –2

soru 1

$i^2=-1$ olmak üzere,

aşağıda verilenlerden kaç tanesi doğrudur?

I. $i^{-65}=-i$ III. $i^{-30}=1$ V. $i^{-27}=i$

II. $i^{-19}=i$ IV. $i^{-52}=1$ VI. $i^{-100}=1$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

soru 2

$i^2=-1$ olmak üzere,

i^{-6}

sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) –i C) 0 D) 1 E) i

soru 3

$i^2=-1$ olmak üzere,

i^{-115}

sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) –i C) 0 D) 1 E) i

soru 4

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(-i)^{-101}$

sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) –i C) 0 D) 1 E) i

soru 5

$i^2=-1$ olmak üzere,

$i^{-53}+i^{-54}+i^{-55}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2i B) –i C) –1 D) 1 E) i

soru 6

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\frac{i^{-73}-i^{-75}}{i^{-74}-i^{-84}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) –i C) 0 D) –1 E) i

soru 7

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\left(-\frac{1}{3}i\right)^{-3}$$

sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –27 B) –27i C) $-\frac{1}{27}i$ D) 27 E) 27i

soru 8

$i^2=-1$ olmak üzere,

$1+i^{-1}+i^{-2}+i^{-3}+......i^{-95}+i^{-96}$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) –i C) 0 D) 1 E) i

1 – D 2 – A 3 – E 4 – E 5 – C 6 – E 7 – B 8 – D

$\frac{1}{i^n}$ sayısının eşitini bulma

n tamsayı olmak üzere, $\frac{1}{i^n} = i^{-n}$ şeklinde yazılır.

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\frac{1}{i^{-77}}$$

sayısının eşitini bulunuz.

çözüm

$\frac{1}{i^{-77}} = i^{77}$ olduğuna göre, 77 nin 4 ile bölümünden kalanı bulalım.

$$\begin{array}{r|l} 77 & 4 \\ \hline -76 & 19 \\ \hline 1 & \end{array}$$

Kalan 1 olduğu için $i^{77} \equiv i^1 = i$

O halde, $\frac{1}{i^{-77}} = i$

Cevap: i

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\frac{1}{i^{97}}$$

sayısının eşitini bulunuz.

çözüm

$\frac{1}{i^{97}} = i^{-97}$ olduğuna göre,

1. adım: 97 nin 4 ile bölümünden kalanı bulalım.

$$\begin{array}{r|l} 97 & 4 \\ \hline -96 & 24 \\ \hline 1 & \end{array}$$

2. adım: 4–1=3

$i^{-97} \equiv i^3 = -i$ ise o halde, $\frac{1}{i^{97}} = -i$

Cevap: –i

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\frac{1}{i^{-65}} + \frac{1}{i^{-66}}$$

işleminin sonucunu bulunuz.

çözüm

$\frac{1}{i^{-65}} = i^{65}$, $\frac{1}{i^{-66}} = i^{66}$ olduğuna göre, kuvvetlerin 4 ile bölümünden kalanları bulalım.

$$\begin{array}{r|l} 65 & 4 \\ \hline -64 & 16 \\ \hline 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 66 & 4 \\ \hline -64 & 16 \\ \hline 2 & \end{array}$$

O halde, $\frac{1}{i^{-65}} = i^{65} = i$ ve $\frac{1}{i^{-66}} = i^{66} \equiv i^2 = -1$

$\frac{1}{i^{-65}} + \frac{1}{i^{-66}} = i - 1$ bulunur.

Cevap: i–1

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\frac{2}{i^{87}} + \frac{3}{i^{93}}$$

işleminin sonucunu bulunuz.

çözüm

$\frac{2}{i^{87}} = 2.i^{-87}$, $\frac{3}{i^{93}} = 3i^{-93}$

1. adım:
$$\begin{array}{r|l} 87 & 4 \\ \hline -84 & 21 \\ \hline 3 & \end{array}$$

2. adım: 4–3=1

$i^{-87} \equiv i^1 = i$

1. adım:
$$\begin{array}{r|l} 93 & 4 \\ \hline -92 & 23 \\ \hline 1 & \end{array}$$

2. adım: 4–1=3

$i^{-93} \equiv i^3 = -i$

$\frac{2}{i^{87}} + \frac{3}{i^{93}} = 2i - 3i = -i$

Cevap: –i

soru 1

$i^2=-1$ olmak üzere,

aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

I. $\frac{1}{i^{-15}}=-i$ III. $\frac{1}{i^{-33}}=i$ V. $\frac{1}{i^{-63}}=-i$

II. $\frac{1}{i^{-22}}=-1$ IV. $\frac{1}{i^{-40}}=1$ VI. $\frac{1}{i^{-83}}=-i$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

soru 2

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\frac{2}{i^{-55}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 2i C) i D) –2i E) –2

soru 3

$i^2=-1$ olmak üzere,

aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

I. $\frac{1}{i}=-i$ III. $\frac{1}{i^9}=i$ V. $\frac{1}{i^{27}}=i$

II. $\frac{1}{i^2}=1$ IV. $\frac{1}{i^{20}}=1$ VI. $\frac{1}{i^{33}}=-i$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

soru 4

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\frac{3}{i^{2013}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –3 B) –3i C) –i D) 3 E) 3i

soru 5

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\frac{1}{i^{-43}}+\frac{1}{i^{-45}}+\frac{1}{i^{-47}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –i B) –1 C) 0 D) 1 E) i

soru 6

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\frac{1}{i^{-1}}+\frac{1}{i^{-2}}+\frac{1}{i^{-3}}+\frac{1}{i^{-4}}+........+\frac{1}{i^{-68}}+\frac{1}{i^{-69}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1 B) –i C) 0 D) i E) 1

soru 7

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\frac{1}{i^5}+\frac{1}{i^6}+\frac{1}{i^7}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) i C) 0 D) –i E) –1

soru 8

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\frac{1}{i^7}+\frac{2}{i^9}+\frac{1}{i^{11}}+\frac{2}{i^{13}}+.........+\frac{1}{i^{51}}+\frac{2}{i^{53}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) –24i B) –12i C) 0 D) 12i E) 24i

1 – E 2 – D 3 – C 4 – B 5 – A 6 – D 7 – E 8 – B

(1+i) ve (1–i) nin kuvvetleri

$i^2=-1$ olmak üzere,

$((a+b)^2=a^2+2ab+b^2)$ olmak üzere,

$(1+i)^2=1+2i+i^2$

$(1+i)^2=1+2i+(-1)$

$(1+i)^2=2i$

$((a-b)^2=a^2-2ab+b^2)$ olmak üzere,

$(1-i)^2=1-2i+i^2$

$(1-i)^2=1-2i+(-1)$

$(1-i)^2=-2i$

eşitlikleri bulunur. n tamsayı olmak üzere, $(1+i)^n$ ve $(1-i)^n$ ifadelerinin eşitini bulmak için verilen ifadeler $(1+i)^2=2i$ ve $(1-i)^2=-2i$ biçiminde düzenlenir.

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

a) $(1+i)^2+(1-i)^2$ **ifadesinin eşitini bulunuz.**

b) $(2+2i)^2$ **ifadesinin eşitini bulunuz.**

$(a.b)^n=a^n.b^n$ olduğunu hatırlayınız.

çözüm

a) $(1+i)^2=2i$, $(1-i)^2=-2i$ olduğuna göre,

$(1+i)^2+(1-i)^2=2i+(-2i)=0$

Cevap: 0

b) $(2+2i)^2=(2(1+i))^2$

$=2^2.(1+i)^2$

$=4.2i$

$=8i$

Cevap: 8i

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(1+i)^{42}$

ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$(1+i)^{42}=((1+i)^2)^{21}=(2i)^{21}$

$=2^{21}.i^{21}=2^{21}.i^1=2^{21}.i$

↓

$21 \mid 4$

$-20 \mid 5$

$\textcircled{1}$

$i^{21}\equiv i^1=i$

Cevap: $2^{21}.i$

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(1-i)^{39}$

ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$(1-i)^{39}=[(1-i)^2]^{19}.(1-i)$

$=(-2i)^{19}.(1-i)$

$=(-2)^{19}.i^{19}.(1-i)$ $\quad i^{19}\equiv i^3=-i$

$=-2^{19}.(-i).(1-i)$ $\quad 19 \mid 4$

$=2^{19}.i(1-i)$ $\quad -16 \mid 4$

$=2^{19}(i-i^2)=2^{19}.(i+1)$ $\quad \textcircled{3}$

Cevap: $2^{19}.(i+1)$

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(1+i)^8+(1-i)^8$

ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$(1+i)^8=[(1+i)^2]^4=[(2i)^4]=2^4.i^4=2^4.1=16$

$(1-i)^8=[(1-i)^2]^4=[(-2i)^4]=(-2)^4.i^4=2^4.1=16$

$(1+i)^8+(1-i)^8=16+16=32$

Cevap: 32

soru 1

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(1+i)^2-(1-i)^2$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-4i$ B) $-2i$ C) 0 D) $2i$ E) $4i$

soru 2

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(3+3i)^2+(2-2i)^2$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $10i$ B) $5i$ C) i D) $-10i$ E) $-13i$

soru 3

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(1+i)^{10}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-32i$ B) -32 C) -16 D) $32i$ E) 32

soru 4

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(1-i)^{20}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) -2^{10} B) $-2^{10}.i$ C) -2^{20} D) 2^{10} E) $2^{10}.i$

soru 5

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(1+i)^{27}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^{13}(1+i)$ B) $2^{13}(1-i)$ C) $2^{13}(i-1)$ D) $2^{13}i$ E) 2^{13}

soru 6

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(1-i)^{29}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^{14}(i-1)$ B) $2^{14}(i+1)$ C) $2^{14}.i$ D) $2^{14}(-i-1)$ E) $2^{14}(-i+1)$

soru 7

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(1+i)^6-(1-i)^6$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-64i$ B) -16 C) $-16i$ D) 16 E) $16i$

soru 8

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(1+i)^{10}+(1-i)^{10}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-64i$ B) -64 C) 0 D) 64 E) $64i$

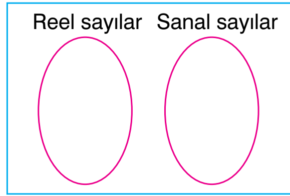
1 – E 2 – A 3 – D 4 – A 5 – C 6 – A 7 – C 8 – C

Karmaşık Sayılar

a ve b reel sayı, $i=\sqrt{-1}$ sanal sayı birimi olmak üzere, Z=a+bi şeklinde yazılan sayılara karmaşık (kompleks) sayılar denir. Karmaşık sayılar kümesi $C=\{Z: Z=a+bi,\ a,b\in R \text{ ve } i=\sqrt{-1}\}$ şeklinde gösterilir. Z=a+bi karmaşık sayısında a ya reel kısım, b ye sanal (imajiner) kısım denir ve Re(Z)=a, Im(Z)=b biçiminde gösterilir.

Buna göre, şeklinde gösterilir.

Karmaşık Sayılar



Uyarı

Her reel sayı karmaşık sayıdır fakat her karmaşık sayı reel sayı değildir.

kavrama sorusu

Aşağıda verilen karmaşık sayıların reel ve sanal kısımlarını bulunuz.

A) $Z_1=3+2i$
B) $Z_2=-4+3i$
C) $Z_3=-5-4i$
D) $Z_4=2$
E) $Z_5=-i$

çözüm

A) $Re(Z_1)=3$, $Im(Z_1)=2$
B) $Re(Z_2)=-4$, $Im(Z_2)=3$
C) $Re(Z_3)=-5$, $Im(Z_3)=-4$
D) $Re(Z_4)=2$, $Im(Z_4)=0$
E) $Re(Z_5)=0$, $Im(Z_5)=-1$

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

$Z=\sqrt{-4}.\sqrt{-9}+\sqrt{-25}$

karmaşık sayısının reel kısmı ile sanal kısmını bulunuz.

çözüm

$\sqrt{-4}=\sqrt{4}i=2i$
$\sqrt{-9}=\sqrt{9}i=3i$
$\sqrt{-25}=\sqrt{25}i=5i$
$Z=\sqrt{-4}.\sqrt{-9}+\sqrt{-25}=2i.3i+5i=6i^2+5i=-6+5i$
↓
-1

Re(Z)=–6, Im(Z)=5

kavrama sorusu

Re(x–3+4i)+Im(4+(x+5)i)=8

denklemini sağlayan x değerini bulunuz.

çözüm

Re(x–3+4i)=x–3
Im(4+(x+5)i)=x+5
Re(x–3+4i)+Im(4+(x+5)i)=8
x–3+x+5=8
2x+2=8
x=3

Cevap: 3

kavrama sorusu

Aşağıda verilen tablodaki sayıların ait oldukları sayı kümelerini yazınız.

2+3i	
–4	
–2i	
$\sqrt{-4}.\sqrt{-25}$	
$i+i^3$	

çözüm

Z=a+bi şeklinde yazılan sayılara karmaşık sayı denir.

2+3i	Karmaşık sayı
–4	Hem karmaşık hem reel sayı
–2i	Karmaşık sayı
$\sqrt{-4}.\sqrt{-25}$	Hem karmaşık hem reel sayı
$i+i^3=i-i=0$	Hem karmaşık hem reel sayı

soru 1

$Z=2–5i$

olduğuna göre, **Re(Z)–İm(Z) farkı kaçtır?**

A) –7 B) –5 C) –3 D) 5 E) 7

soru 2

Reel kısmı –4, sanal kısmı 3 olan karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –4i+3 B) –4+3i C) –4–3i D) 4–3i E) 4i–3

soru 3

$i^2=-1$ ve n tamsayı olmak üzere,

$Z=\sqrt{-2}.\sqrt{-8}+\sqrt{-9}$

karmaşık sayısının reel kısmı ile sanal kısmının toplamı kaçtır?

A) –7 B) –4 C) –1 D) 3 E) 7

soru 4

$i^2=-1$ olmak üzere,

$Z=i+i^2+i^3+i^4+i^5+i^6$

karmaşık sayısının sanal kısmı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

soru 5

$Re(x+5+2i).Im(-3-4i)=12$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

A) –9 B) –8 C) –2 D) –1 E) 7

soru 6

$Z=x-2+2i$ karmaşık sayısı veriliyor.

$[Re(Z)]^{İm(Z)}=64$

olduğuna göre, **x in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?**

A) –60 B) –50 C) –40 D) –30 E) –20

soru 7

Aşağıdakilerden kaç tanesi reel sayıdır?

I. $\sqrt{2}$ III. $\sqrt{-4}$ V. $2+3i$

II. $-\frac{3}{4}$ IV. 0 VI. $\sqrt[3]{-12}$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

soru 8

Aşağıdakilerden kaç tanesi hem karmaşık hem reel sayıdır?

I. $3-4i$ III. $\frac{4}{5}$ V. 0

II. 5 IV. $2i$ VI. $\sqrt{-16}$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

1 – E 2 – B 3 – C 4 – D 5 – B 6 – A 7 – C 8 – B

İki karmaşık sayının eşitliği

$Z_1=a+bi$ ve $Z_2=c+di$ olmak üzere,

$Z_1=Z_2$ ise $a=c$ ve $b=d$ dir.

$\downarrow\ \downarrow$ $\qquad$ $\downarrow\ \downarrow$

$Re(Z_1)=Re(Z_2)$ $\quad$ $İm(Z_1)=İm(Z_2)$

kavrama sorusu

$Z_1=x-3-4i$

$Z_2=-x+1+(y-2)i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$Z_1=Z_2$

olduğuna göre, **x.y nin eşitini bulunuz.**

çözüm

$Re(Z_1)=Re(Z_2)$ ve $Im(Z_1)=Im(Z_2)$

$x-3=-x+1$ ve $-4=y-2$

$2x=4$ $\qquad$ $-2=y$

$x=2$

$x.y=2.(-2)=-4$

Cevap: –4

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

$2x-5+yi-3i=x+1-2yi$

olduğuna göre, **x+y nin eşitini bulunuz.**

çözüm

$2x-5=x+1$ ve $y-3=-2y$

$2x-x=1+5$ $\qquad$ $y+2y=3$

$x=6$ $\qquad$ $3y=3$

$y=1$

$x+y=6+1=7$

Cevap: 7

kavrama sorusu

$x>0$ ve $i^2=-1$ olmak üzere,

$\sqrt{-x}+\sqrt{-4}+y-3=5i$

olduğuna göre, **x–y nin eşitini bulunuz.**

çözüm

$\sqrt{-x}=\sqrt{x}.i$ ve $\sqrt{-4}=\sqrt{4}i=2i$

$\sqrt{-x}+\sqrt{-4}+y-3=5i$ ise $\sqrt{x}i+2i+y-3=5i$

$y-3=0$ ve $\sqrt{x}+2=5$

$y=3$ $\qquad$ $\sqrt{x}=3$

$x=3^2=9$

$x-y=9-3=6$

Cevap: 6

kavrama sorusu

$x<0<y$ ve $i^2=-1$ olmak üzere,

$\sqrt{-x^2}+\sqrt{y^2}=5+4i$

olduğuna göre, **x.y nin eşitini bulunuz.**

$x<0$ için $|x|=-x$

$y>0$ için $|y|=y$

olduğuna dikkat ediniz.

çözüm

$\sqrt{-x^2}=\sqrt{x^2}.i=|x|.i=-x.i$

$\sqrt{y^2}=|y|=y$

$\sqrt{-x^2}+\sqrt{y^2}=5+4i$

$-x.i+y=5+4i$

$y=5$ ve $-x=4$

$x=-4$

$x.y=-4.5=-20$

Cevap: –20

soru 1

$Z_1=2x+3-yi$

$Z_2=6+x+(3y-4)i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$Z_1=Z_2$

olduğuna göre, **x.y nin eşiti kaçtır?**

A) –6 B) –3 C) 3 D) 6 E) 9

soru 2

$Z_1=x-4+(y-3)i$

$Z_2=6i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$Z_1=Z_2$

olduğuna göre, **x+y nin eşiti kaçtır?**

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 13

soru 3

$i^2=-1$ olmak üzere,

$x+3-yi+8i=2x+3yi$

olduğuna göre, **x–y nin eşiti kaçtır?**

A) –7 B) –5 C) –1 D) 1 E) 3

soru 4

$i^2=-1$ olmak üzere,

$x-y+6+(x+y+2)i=0$

olduğuna göre, **x^2-y^2 nin eşiti kaçtır?**

A) 20 B) 12 C) 10 D) 8 E) 4

soru 5

$x>0,\ y>0,\ i^2=-1$ olmak üzere,

$\sqrt{-x}+\sqrt{-y}+4-y=3+4i$

olduğuna göre, **x^y nin eşiti kaçtır?**

A) 1 B) 3 C) 9 D) 27 E) 81

soru 6

$x>0,\ y>0,\ i^2=-1$ olmak üzere,

$\sqrt{-x}.\sqrt{-y}+2xi=-3+6i$

olduğuna göre, **x+y nin eşiti kaçtır?**

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

soru 7

$x<0<y$ ve $i^2=-1$ olmak üzere,

$\sqrt{-y^2}+2\sqrt{x^2}=4+3i$

olduğuna göre, **x^2+y^2 nin eşiti kaçtır?**

A) 13 B) 9 C) 5 D) 4 E) 1

soru 8

$x<0<y$ ve $i^2=-1$ olmak üzere,

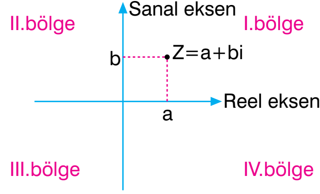
$\sqrt[3]{-y^3}-\sqrt{-x^2}=-6-3i$

olduğuna göre, **$\sqrt{-(y+x)^2}$ ifadesinin eşiti kaçtır?**

A) i B) 2i C) 3i D) 4i E) 5i

1 – C 2 – E 3 – D 4 – B 5 – C 6 – B 7 – A 8 – C

Karmaşık Düzlem



Karmaşık sayıları gösterebildiğimiz düzleme karmaşık düzlem denir. Reel sayıları gösterdiğimiz koordinat sistemindeki x ekseni, karmaşık düzlemin reel ekseni y ekseni, karmaşık düzlemin sanal (imajiner) ekseni olacaktır.

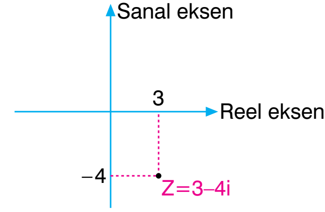
kavrama sorusu

$Z=3-4i$

karmaşık sayısını karmaşık düzlemde gösteriniz.

çözüm

$Re(Z)=3$ $\quad$ $İm(Z)=-4$



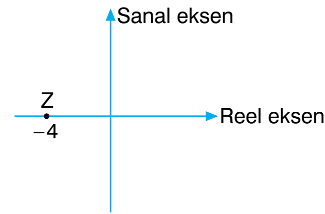
kavrama sorusu

$Z=-4$

karmaşık sayısını karmaşık düzlemde gösteriniz.

çözüm

$Re(Z)=-4$ $\quad$ $İm(Z)=0$



(Sanal kısmı 0 olan karmaşık sayı reel eksen üzerindedir.)

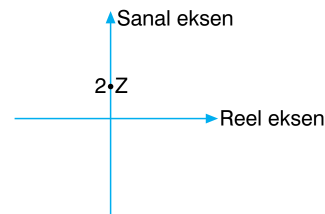
kavrama sorusu

$Z=2i$

karmaşık sayısını karmaşık düzlemde gösteriniz.

çözüm

a) $Re(Z)=0$ $\quad$ $İm(Z)=2$



(Reel kısmı 0 olan karmaşık sayı sanal eksen üzerindedir.)

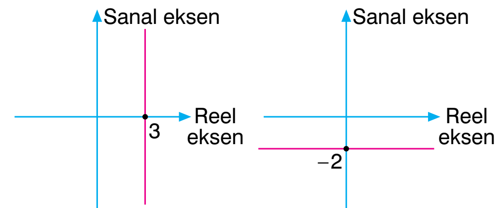
kavrama sorusu

a) Reel kısmı 3 olan karmaşık sayıları karmaşık düzlemde gösteriniz.

b) Sanal kısmı –2 olan karmaşık sayıları karmaşık düzlemde gösteriniz.

çözüm

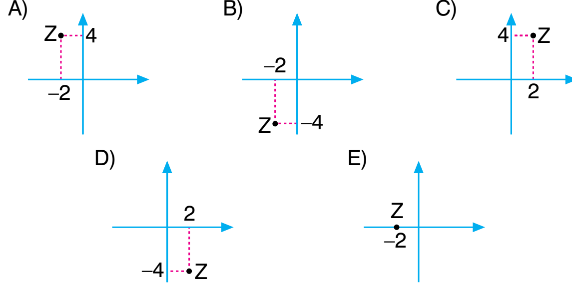
a) $Re(Z)=3$ $\quad$ b) $İm(Z)=-2$



soru 1

Z=–2+4i

karmaşık sayısının karmaşık düzlemde gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?



soru 2

$Z_1=3+i$

$Z_2=-2+3i$

$Z_3=2-5i$

$Z_4=-1-i$

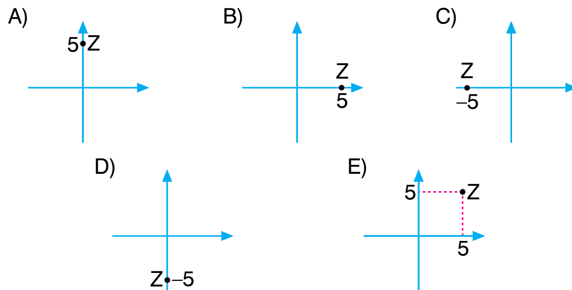
karmaşık sayıları sırasıyla karmaşık düzlemin hangi bölgelerindedir?

A) 1-2-3-4 B) 1-2-4-3 C) 1-4-2-3 D) 1-3-2-4 E) 2-1-4-3

soru 3

Z=5

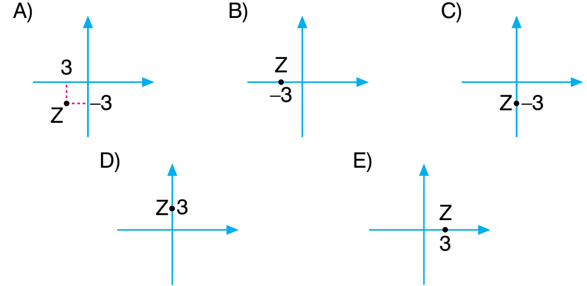
karmaşık sayısının karmaşık düzlemde gösterimi aşağıda kilerden hangisidir?



soru 4

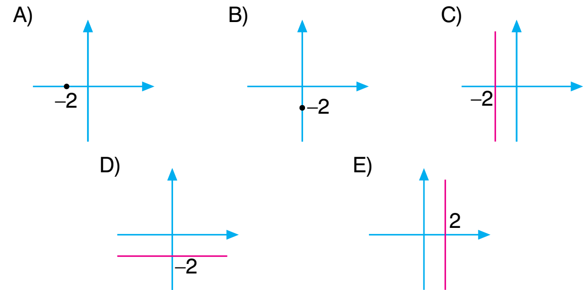
Z=–3i

karmaşık sayısının karmaşık düzlemde gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?



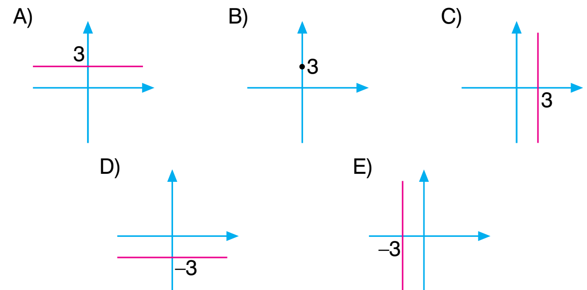
soru 5

Reel kısmı –2 olan karmaşık sayıların karmaşık düzlemde gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

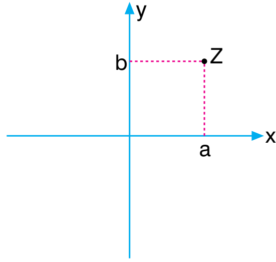


soru 6

Sanal kısmı 3 olan karmaşık sayıların karmaşık düzlemde gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?



1 – A 2 – B 3 – B 4 – C 5 – C 6 – A

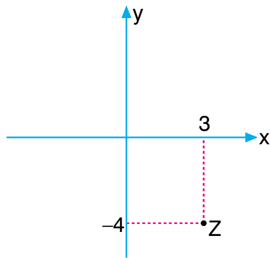


Z karmaşık sayısının reel kısmı a, sanal kısmı b dir.

Buna göre karmaşık düzlemde verilen Z karmaşık sayısı

Z=a+bi dir.

kavrama sorusu



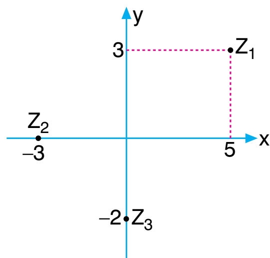
Z karmaşık sayısının eşitini yazınız.

çözüm

$$\left.\begin{aligned} Re(Z) &= 3 \\ İm(Z) &= -4 \end{aligned}\right\} Z = 3 - 4i$$

Cevap: 3–4i

kavrama sorusu



Z_1, Z_2 ve Z_3 **karmaşık sayılarının eşitlerini yazınız.**

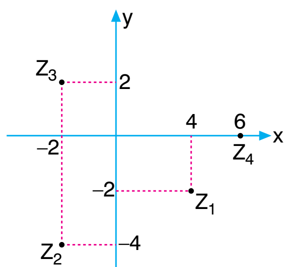
çözüm

$$\left.\begin{aligned} Re(Z_1) &= 5 \\ İm(Z_1) &= 3 \end{aligned}\right\} Z_1 = 5 + 3i$$

$$\left.\begin{aligned} Re(Z_2) &= -3 \\ İm(Z_2) &= 0 \end{aligned}\right\} Z_2 = -3 + 0i = -3$$

$$\left.\begin{aligned} Re(Z_3) &= 0 \\ İm(Z_3) &= -2 \end{aligned}\right\} Z_3 = 0 - 2i = -2i$$

kavrama sorusu



$2Re(Z_1)–3İm(Z_2)+Re(Z_3)–İm(Z_4)$

ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$Re(Z_1)=4$

$İm(Z_2)=–4$

$Re(Z_3)=–2$

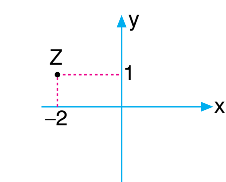
$İm(Z_4)=0$

$2Re(Z_1)–3.İm(Z_2)+Re(Z_3)–İm(Z_4)=2.4–3.(–4)+(–2)–0$

$=8+12–2–0=18$

Cevap: 18

kavrama sorusu



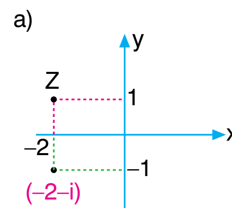
Z karmaşık sayısının

a) x eksenine göre simetriği olan karmaşık sayıyı bulunuz.

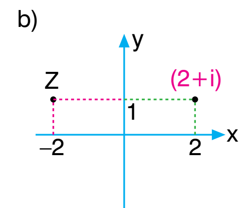
b) y eksenine göre simetriği olan karmaşık sayıyı bulunuz.

çözüm

a)

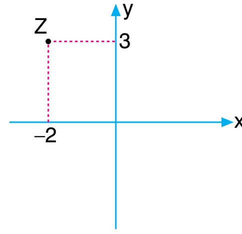


b)



soru 1

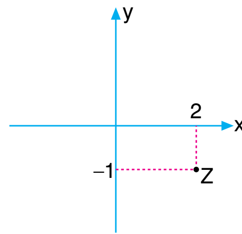
Yandaki şekle göre, Z karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?



A) 3–2i B) 2–3i C) –2+3i D) 2+3i E) –2–3i

soru 2

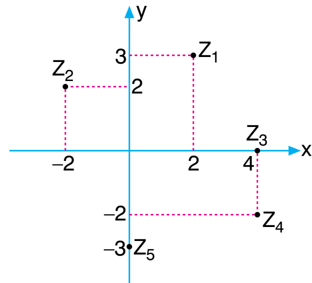
Yandaki şekle göre, Z karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?



A) 2–i B) –1+2i C) i–2 D) i+2 E) –2–i

soru 3

Grafiğe göre aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?



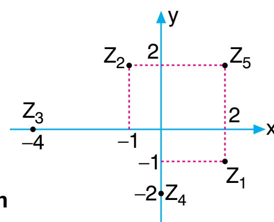
A) $Z_1=2+3i$ B) $Z_2=-2+2i$ C) $Z_3=4$ D) $Z_4=-2+4i$ E) $Z_5=-3i$

soru 4

Yanda verilen grafiğe göre,

I. $Z_1=2-i$
II. $Z_2=-1+2i$
III. $Z_3=-4i$
IV. $Z_4=-2$
V. $Z_5=2+2i$

Yukarıdaki karmaşık sayıların kaç tanesinin eşiti doğru yazılmıştır?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

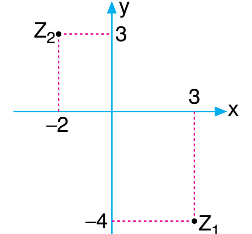
soru 5

Z_1 ve Z_2 karmaşık sayıları karmaşık düzlemde gösterilmiştir.

Buna göre,

$Re(Z_1)+İm(Z_2)$

ifadesinin eşiti kaçtır?



A) –6 B) –1 C) 1 D) 6 E) 9

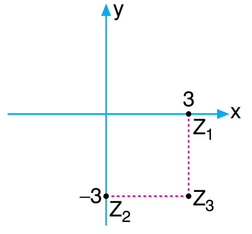
soru 6

Z_1, Z_2 ve Z_3 karmaşık sayıları karmaşık düzlemde gösterilmiştir.

Buna göre,

$İm(Z_1)+Re(Z_2)+İm(Z_3)$

ifadesinin eşiti kaçtır?



A) –9 B) –3 C) 0 D) 3 E) 6

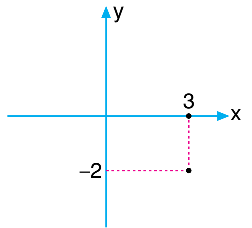
soru 7

Z karmaşık sayısının x eksenine göre simetriği yandaki karmaşık düzlemde verilmiştir.

Buna göre,

$Re(Z)-İm(Z)$

ifadesinin eşiti kaçtır?



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

soru 8

y eksenine göre simetriği –4+3i olan karmaşık sayının x eksenine göre simetriği aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4+3i B) 3+4i C) 4–3i D) 3–4i E) –4–3i

1 – C 2 – A 3 – D 4 – C 5 – D 6 – B 7 – A 8 – C

Bir Karmaşık Sayının Eşleniği

$Z=a+bi$ karmaşık sayısının sanal kısmının işareti değiştirilerek elde edilen $a-bi$ karmaşık sayısına Z karmaşık sayısının eşleniği denir ve $\overline{Z}$ ile gösterilir. Buna göre $Z=a+bi$ ise $\overline{Z}=a-bi$ dir.

kavrama sorusu

Aşağıda verilen karmaşık sayıların eşleniklerini bulunuz.

a) $Z_1=3+5i$

b) $Z_2=2-3i$

c) $Z_3=i+4$

d) $Z_4=-5$

e) $Z_5=2i$

çözüm

Bir karmaşık sayının eşleniğini bulmak için sanal kısmın işaretini değiştiririz.

a) $\overline{Z}_1=3-5i$

b) $\overline{Z}_2=2+3i$

c) $\overline{Z}_3=-i+4$

d) $\overline{Z}_4=-5$

e) $\overline{Z}_5=-2i$

kavrama sorusu

$Z=-3i-4$

karmaşık sayısı veriliyor.

$Re(Z)-İm(\overline{Z})+Re(\overline{Z})$

ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$Z=-3i-4$ ise $\overline{Z}=3i-4$

$Re(Z)=-4$, $İm(\overline{Z})=3$, $Re(\overline{Z})=-4$

$Re(Z)-İm(\overline{Z})+Re(\overline{Z})=-4-3-4=-11$

Cevap: –11

kavrama sorusu

$Z=\sqrt{-1}.\sqrt{-4}-\sqrt{-9}$

karmaşık sayısının eşleniğini bulunuz.

çözüm

$\sqrt{-1}=\sqrt{1}i=i$, $\sqrt{-4}=\sqrt{4}i=2i$, $\sqrt{-9}=\sqrt{9}i=3i$,

$Z=\sqrt{-1}.\ \sqrt{-4}-\sqrt{-9}$

$Z=i.2i-3i$

$Z=2i^2-3i$

$Z=-2-3i$

$Z=-2-3i$ ise $\overline{Z}=-2+3i$

Cevap: –2+3i

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

$Z_1=2a-3+5i$

$Z_2=a+5-(b+3)i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$Z_1=\overline{Z}_2$

olduğuna göre, **a.b ifadesinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$Z_2=a+5-(b+3)i$ ise $\overline{Z}_2=a+5+(b+3)i$

$Z_1=\overline{Z}_2$ olduğuna göre,

$2a-3+5i=a+5+(b+3)i$

$2a-3=a+5$ ve $5=b+3$

$a=8$ $b=2$

$a.b=8.2=16$

Cevap: 16

soru 1

Aşağıda verilenlerden hangisi yanlıştır?

A) $Z=-3+6i$ ise $\overline{Z}=-3-6i$

B) $Z=-2i+4$ ise $\overline{Z}=2i+4$

C) $\overline{Z}=5-i$ ise $Z=5+i$

D) $\overline{Z}=-4i$ ise $Z=4i$

E) $Z=i-3$ ise $\overline{Z}=i+3$

soru 2

$i^2=-1$ olmak üzere,

$2i^5+3i^6$

karmaşık sayısının eşleniği aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2i+3$ B) $-2i-3$ C) $3+2i$ D) $2+3i$ E) $-2-3i$

soru 3

$Z_1=2-i$, $Z_2=-3$ ve $Z_3=2i$

karmaşık sayıları veriliyor.

Buna göre,

$\text{İm}(\overline{Z_1})+3.\text{Re}(Z_2)-2.\text{İm}(\overline{Z_3})$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –12 B) –8 C) –4 D) –2 E) –1

soru 4

$Z=2-4i$

karmaşık sayısı veriliyor.

Buna göre, $-\overline{Z}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2+4i$ B) $-2+4i$ C) $4+2i$ D) $-2-4i$ E) $-4-2i$

soru 5

$Z=\sqrt{-25}+\sqrt{-36}$

karmaşık sayısının eşleniği aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5-6i$ B) $-5+6i$ C) i D) $-11i$ E) $11i$

soru 6

$Z=\sqrt[3]{-8}-\sqrt{-36}$

karmaşık sayısının eşleniği aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2+6i$ B) $-2-6i$ C) $2+6i$ D) $2-6i$ E) $6-2i$

soru 7

$i^2=-1$ olmak üzere,

$Z_1=3i-7$ ve $Z_2=a+5+bi$

karmaşık sayıları veriliyor.

$\overline{Z_1}=Z_2$

olduğuna göre, **a+b toplamının eşiti kaçtır?**

A) –15 B) –9 C) –5 D) 5 E) 8

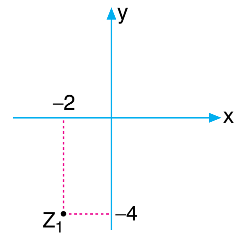
soru 8

Yandaki şekilde Z_1 karmaşık sayısı verilmiştir.

$Z_2=2a+6-bi$ ve $Z_1=\overline{Z_2}$

olduğuna göre,

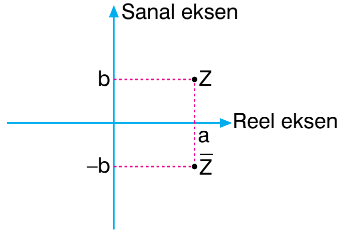
a–b toplamının eşiti kaçtır?



A) –8 B) –4 C) –2 D) 0 E) 8

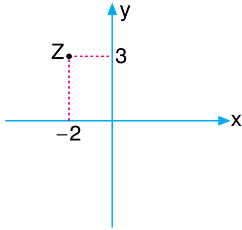
KARTEZYEN EĞİTİM YAYINLARI

1 – E 2 – B 3 – C 4 – D 5 – D 6 – A 7 – A 8 – D



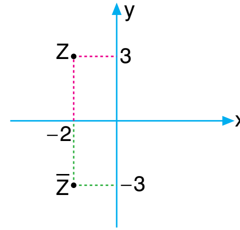
Z=a+bi olsun. Buna göre $\overline{Z}$=a–bi dir. Z ve $\overline{Z}$ karmaşık sayılarının karmaşık düzlemde x eksenine göre (reel eksen) simetrik olduğu görülür.

kavrama sorusu



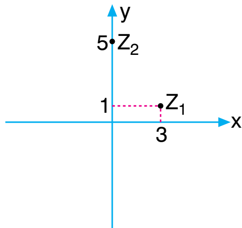
Z karmaşık sayısının eşleniğini karmaşık düzlemde gösteriniz.

çözüm



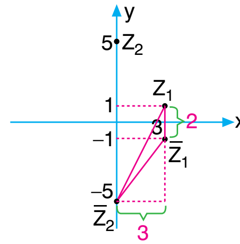
Karmaşık düzlemde verilen bir karmaşık sayının x eksenine göre simetriği o karmaşık sayının eşleniğini verir.

kavrama sorusu



Z_1, $\overline{Z}_1$ ve $\overline{Z}_2$ karmaşık sayılarını köşe kabul eden üçgenin alanı kaç br^2 dir?

çözüm



$$\text{Üçgenin alanı} = \frac{\text{Taban.Yükseklik}}{2} = \frac{2.3}{2} = 3$$

Cevap: 3 br^2

kavrama sorusu

$Z_1=5-3i$

$Z_2=a-3+(b-2)i$

karmaşık sayıları x eksenine göre simetriktir.

a.b nin eşitini bulunuz.

çözüm

Z_1 ile Z_2 eşlenik iki karmaşık sayıdır. Buna göre,

$Z_1=\overline{Z}_2$ veya $\overline{Z}_1=Z_2$ dir.

$\overline{Z}_1=Z_2$ eşitliğini kullanırsak

$5+3i=a-3+(b-2)i$

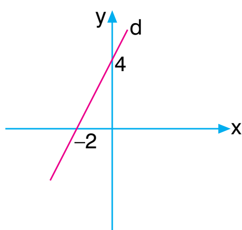
$5=a-3 \quad 3=b-2$

$8=a \quad 5=b$

$a.b=8.5=40$

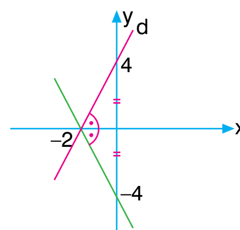
Cevap: 40

kavrama sorusu



Z karmaşık sayıları d doğrusu üzerindedir. **Z karmaşık sayılarının eşleniğini karmaşık düzlemde gösteriniz.**

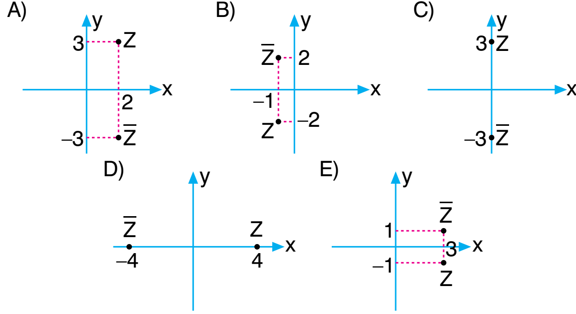
çözüm



d doğrusunun x eksenine göre simetriğini alırsak Z karmaşık sayılarının eşleniğini buluruz.

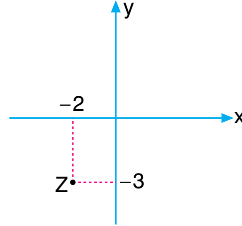
soru 1

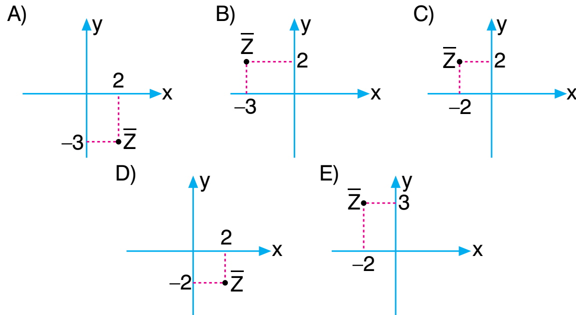
Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?



soru 2

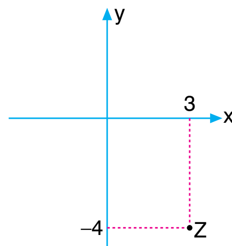
Yandaki şekilde verilen Z karmaşık sayısının eşleniği aşağıdakilerden hangisinde doğru gösterilmiştir?





soru 3

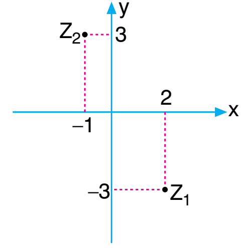
Yandaki şekle göre, Z ile $\bar{Z}$ arasındaki uzaklık kaç br dir?



A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

soru 4

Z_1, $\bar{Z}_1$, Z_2 ve $\bar{Z}_2$ karmaşık sayılarını köşe kabul eden dörtgenin alanı kaç br^2 dir?



A) 6 B) 9 C) 12 D) 16 E) 18

soru 5

$Z_1=-2+6i$

$Z_2=x-1+(y-3)$

karmaşık sayıları x eksenine göre simetriktir.

$2x+3y$ nin eşiti kaçtır?

A) –12 B) –11 C) –10 D) –4 E) 25

soru 6

$Z_1=-3-2i$

$Z_2=x-7+(x-2)i$

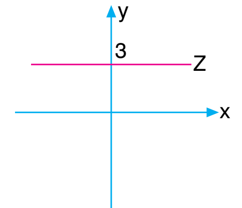
karmaşık sayıları veriliyor. Z_1 karmaşık sayısının eşleniği ile Z_2 karmaşık sayısı karmaşık düzlemde aynı bölgededir.

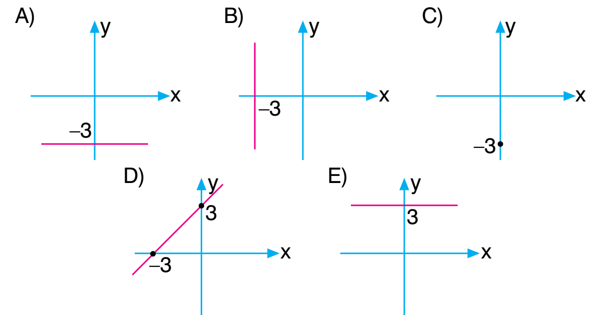
x tamsayısı kaç farklı değer alır?

A) 7 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

soru 7

Z karmaşık sayılarının eşleniği aşağıdakilerden hangisinde doğru gösterilmiştir?

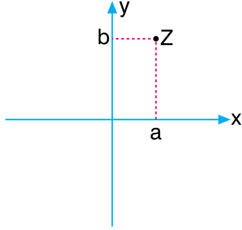


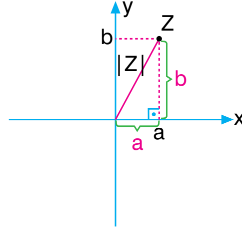


1 – D 2 – E 3 – C 4 – E 5 – B 6 – C 7 – A

Bir Karmaşık Sayının Modülü (Mutlak Değeri)

Karmaşık düzlemde bir Z karmaşık sayısına karşılık gelen noktanın başlangıç noktasına (orijin) olan uzaklığına bu karmaşık sayının modülü (mutlak değeri) denir ve $|Z|$ ile gösterilir.





Pisagor uygularsak

$|Z|^2=a^2+b^2$

$|Z|=\sqrt{a^2+b^2}$

bulunur.

$Z=a+bi$ ise $|Z|=\sqrt{a^2+b^2}$

kavrama sorusu

a) $Z_1=3+4i$ karmaşık sayısının modülünü bulunuz.

b) $Z_2=5-12i$ karmaşık sayısının orijine olan uzaklığını bulunuz.

çözüm

$|Z|=\sqrt{a^2+b^2}$ bağıntısından

a) $|Z_1|=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$

Cevap: 5

b) $|Z_2|=\sqrt{5^2+(-12)^2}=\sqrt{25+144}=\sqrt{169}=13$

Cevap: 13

kavrama sorusu

a) $Z_1=1-3i$ olduğuna göre, **$|Z_1|$ kaçtır?**

b) $Z_2=-2-\sqrt{5}i$ olduğuna göre, **$|Z_2|$ kaçtır?**

çözüm

$|Z|=\sqrt{a^2+b^2}$ bağıntısından

a) $|Z_1|=\sqrt{1^2+(-3)^2}=\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$

Cevap: $\sqrt{10}$

b) $|Z_2|=\sqrt{(-2)^2+(-\sqrt{5})^2}=\sqrt{4+5}=\sqrt{9}=3$

Cevap: 3

kavrama sorusu

a) $Z_1=-6$ olduğuna göre, **$|Z_1|$ kaçtır?**

b) $Z_2=4i$ olduğuna göre, **$|Z_2|$ kaçtır?**

çözüm

$|Z|=\sqrt{a^2+b^2}$ bağıntısından

a) $|Z_1|=\sqrt{(-6)^2+0^2}=\sqrt{36}=6$

Cevap: 6

b) $|Z_2|=\sqrt{0^2+4^2}=\sqrt{16}=4$

Cevap: 4

kavrama sorusu

$|1-\sqrt{3}i|+|2\sqrt{3}+\sqrt{13}i|$

toplamının eşitini bulunuz.

çözüm

$|Z|=\sqrt{a^2+b^2}$ bağıntısından

$|1-\sqrt{3}i|=\sqrt{1^2+(-\sqrt{3})^2}=\sqrt{1+3}=\sqrt{4}=2$

$|2\sqrt{3}+\sqrt{13}i|=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+\sqrt{13}^2}=\sqrt{12+13}=\sqrt{25}=5$

$|1-\sqrt{3}i|+|2\sqrt{3}+\sqrt{13}i|=2+5=7$

Cevap: 7

soru 1

$Z=2-4i$

karmaşık sayısının modülü aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{5}$ C) 4 D) $\sqrt{5}$ E) 2

soru 2

$Z=\sqrt{2}+\sqrt{7}i$

karmaşık sayısının orijine olan uzaklığı kaçtır?

A) 2 B) $2\sqrt{2}$ C) 3 D) $\sqrt{11}$ E) $2\sqrt{3}$

soru 3

$Z=-2-2\sqrt{2}i$

olduğuna göre, **|Z| kaçtır?**

A) 2 B) $\sqrt{6}$ C) $2\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{3}$ E) 4

soru 4

Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $Z=\sqrt{3}+i$ ise $|Z|=2$
B) $Z=\sqrt{5}-\sqrt{11}i$ ise $|Z|=4$
C) $Z=-2+3i$ ise $|Z|=\sqrt{13}$
D) $Z=-2-i$ ise $|Z|=\sqrt{5}$
E) $Z=3-i$ ise $|Z|=2\sqrt{2}$

soru 5

$Z_1=4$

$Z_2=-3i$

olduğuna göre, **$|Z_1|+|Z_2|$ toplamı kaçtır?**

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 1

soru 6

$i^2=-1$ ve $Z=\sqrt{-2}.\sqrt{-5}.\sqrt{-10}$

olduğuna göre, **|Z| kaçtır?**

A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{10}$ C) 5 D) $5\sqrt{2}$ E) 10

soru 7

$|-2+6i|$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{10}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{10}$ E) 10

soru 8

$|-1+2\sqrt{6}i|-|-3-4i|$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 3 C) 5 D) 10 E) 15

1 – B 2 – C 3 – D 4 – E 5 – A 6 – E 7 – D 8 – A

$Z=a+bi$	$\overline{Z}=a-bi$	$-Z=-a-bi$	$-\overline{Z}=-a+bi$
$\lvert Z\rvert=\sqrt{a^2+b^2}$	$\lvert\overline{Z}\rvert=\sqrt{a^2+(-b)^2}$ $\lvert\overline{Z}\rvert=\sqrt{a^2+b^2}$	$\lvert -Z\rvert=\sqrt{(-a)^2+(-b)^2}$ $\lvert -Z\rvert=\sqrt{a^2+b^2}$	$\lvert -\overline{Z}\rvert=\sqrt{(-a)^2+b^2}$ $\lvert -\overline{Z}\rvert=\sqrt{a^2+b^2}$

Z=a+bi karmaşık sayısı verilsin. Buna göre, $|Z|=|\overline{Z}|=|-Z|=|-\overline{Z}|=\sqrt{a^2+b^2}$ şeklinde bulunur.

kavrama sorusu

$Z=-3+5i$

karmaşık sayısı veriliyor.

a) $|Z|$

b) $|\overline{Z}|$

c) $|-Z|$

d) $|-\overline{Z}|$

ifadelerinin eşitlerini bulunuz.

çözüm

a) $|Z|=\sqrt{(-3)^2+5^2}=\sqrt{9+25}=\sqrt{34}$

b) $|\overline{Z}|=|Z|=\sqrt{34}$

c) $|-Z|=|Z|=\sqrt{34}$

d) $|-\overline{Z}|=|Z|=\sqrt{34}$

kavrama sorusu

$Z=-1-4\sqrt{3}i$

olduğuna göre, $|Z|+|\overline{Z}|+|-Z|$ **ifadesinin eşitini bulunuz.**

çözüm

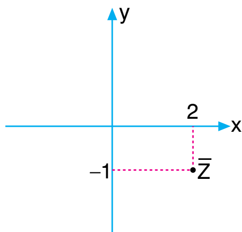
$|Z|=\sqrt{(-1)^2+(-4\sqrt{3})^2}=\sqrt{1+48}=\sqrt{49}=7$

$|Z|=|\overline{Z}|=|-Z|=7$

$|Z|+|\overline{Z}|+|-Z|=7+7+7=21$

Cevap: 21

kavrama sorusu



Karmaşık düzlemde

$\overline{Z}$ karmaşık sayısı veriliyor.

Buna göre,

$|Z|-3|-Z|+4|\overline{Z}|$

ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\overline{Z}=2-i$ ise $|\overline{Z}|=\sqrt{2^2+(-1)^2}=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$

$|Z|=|-Z|=|\overline{Z}|=\sqrt{5}$ olduğundan

$|Z|-3|-Z|+4|\overline{Z}|=\sqrt{5}-3\sqrt{5}+4\sqrt{5}$

$=2\sqrt{5}$

Cevap: $2\sqrt{5}$

kavrama sorusu

$|Z|=5$

olduğuna göre, $|Z|+5|\overline{Z}|-|-Z|+2|-\overline{Z}|$ **ifadesinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$|Z|=|\overline{Z}|=|-Z|=|-\overline{Z}|=5$

$|Z|+5|\overline{Z}|-|-Z|+2|-\overline{Z}|=5+5.5-5+2.5=35$

Cevap: 35

soru 1

Aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

A) $Z=2+8i$ ise $|\overline{Z}|=2\sqrt{17}$ dir.
B) $Z=3i$ ise $|-Z|=3$ dür.
C) $Z=5$ ise $|-\overline{Z}|=5$ dir.
D) $Z=3+2i$ ise $|\overline{Z}|=\sqrt{5}$ dir.
E) $Z=-3-3i$ ise $|Z|=3\sqrt{2}$ dir.

soru 2

$Z=3-6i$

karmaşık sayısı veriliyor.

Buna göre $|\overline{Z}|$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{5}$ C) 5 D) $3\sqrt{5}$ E) $4\sqrt{5}$

soru 3

$Z=2\sqrt{3}-2i$

olduğuna göre, **$|\overline{Z}|.|-Z|$ ifadesinin eşiti kaçtır?**

A) 4 B) 8 C) 9 D) 12 E) 16

soru 4

$Z=a-2+(a+3)i$

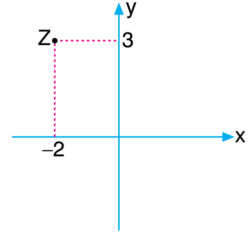
olduğuna göre, **$\dfrac{|Z|}{|\overline{Z}|+|-Z|}$ ifadesinin eşiti kaçtır?**

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

soru 5

Karmaşık düzlemde Z karmaşık sayısı verilmiştir.

Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?



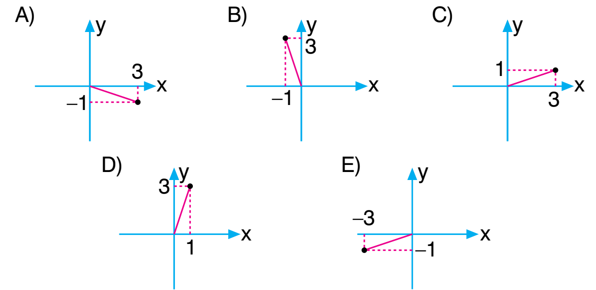
A) $\overline{Z}=-2-3i$ B) $Re(Z)=-2$ C) $İm(\overline{Z})=-3$
D) $|Z|=\sqrt{13}$ E) $|Z|+|-Z|=0$

soru 6

$Z=3-i$

karmaşık sayısı veriliyor.

$|\overline{Z}|$ ifadesi aşağıdakilerden hangisinde doğru gösterilmiştir?



soru 7

$Z=4$

olduğuna göre, **$2|Z|+3|\overline{Z}|$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 24 B) 20 C) 16 D) 8 E) 4

soru 8

$|Z|+|\overline{Z}|=12$

olduğuna göre, **$|-Z|$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 8 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

1 – D 2 – D 3 – E 4 – A 5 – E 6 – C 7 – B 8 – B

kavrama sorusu

$Z=x-2-8i$

karmaşık sayısının orijine olan uzaklığı 10 br ise x in alabileceği değerleri bulunuz.

çözüm

$|Z|=10$

$\sqrt{(x-2)^2+(-8)^2}=10$

$\sqrt{(x-2)^2+64}=10$

$(\sqrt{(x-2)^2+64})^2=10^2$

$(x-2)^2+64=100$

$(x-2)^2=36$

$x-2=6 \qquad x-2=-6$

$x=8 \qquad x=-4$

Cevap: {–4,8}

kavrama sorusu

$Z=-3+(x+4)i$

$|\overline{Z}|=5$

olduğuna göre, **x in alabileceği değerleri bulunuz.**

çözüm

$|Z|=|\overline{Z}|=5$

$\sqrt{(-3)^2+(x+4)^2}=5$

$\sqrt{9+(x+4)^2}=5$

$(\sqrt{9+(x+4)^2})^2=5^2$

$9+(x+4)^2=25$

$(x+4)^2=16$

$x+4=4 \qquad x+4=-4$

$x=0 \qquad x=-8$

Cevap: {–8,0}

kavrama sorusu

$Z_1=4x-6-\sqrt{3}i$

$Z_2=\sqrt{6}+i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$|Z_1|=|Z_2|$

olduğuna göre, **x in alabileceği değerleri bulunuz.**

çözüm

$|Z_1|=|Z_2|$

$\sqrt{(4x-6)^2+(-\sqrt{3})^2}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+1^2}$

$(4x-6)^2+3=6+1$

$(4x-6)^2=4$

$4x-6=2 \qquad 4x-6=-2$

$x=2 \qquad x=1$

Cevap: {1,2}

kavrama sorusu

$|Z|+3|\overline{Z}|-2|\overline{-Z}|=24$

olduğuna göre, **|Z| nin eşiti kaçtır, bulunuz.**

çözüm

$|Z|=|\overline{Z}|=|\overline{-Z}|$ eşitliğinden

$|Z|+3|\overline{Z}|-2|\overline{-Z}|=|Z|+3|Z|-2|Z|=24$

$2|Z|=24$

$|Z|=12$

Cevap: 12

soru 1

$Z = x - 2i$

karmaşık sayısının orijine olan uzaklığı $\sqrt{13}$ br ise x in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

A) –16 B) –9 C) –4 D) 3 E) 4

soru 2

$Z = x - 1 + 4i$

karmaşık sayısının orijine olan uzaklığı 5 br ise x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) –2 B) 0 C) 2 D) 4 E) 6

soru 3

$Z = -2 + (x+2)i$

$|Z| = 2\sqrt{5}$

olduğuna göre, **x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

A) –8 B) –4 C) 0 D) 4 E) 12

soru 4

$\overline{Z} = -9 + (x+2)i$

$|Z| = 15$

olduğuna göre, **x in alabileceği pozitif değer aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

soru 5

$Z_1 = 2 + i$

$Z_2 = x - 2i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$|Z_1| = |Z_2|$

olduğuna göre, **x in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?**

A) –4 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

soru 6

$Z_1 = \sqrt{5} - 2i$

$Z_2 = x - 3 + 2\sqrt{2}i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$|Z_1| = |\overline{Z}_2|$

olduğuna göre, **x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

soru 7

$|Z| + 5|\overline{Z}| = 30$

olduğuna göre, **$|-\overline{Z}|$ ifadesinin eşiti kaçtır?**

A) 3 B) 5 C) 6 D) 10 E) 15

soru 8

$|Z| - 3|\overline{Z}| = -8$

olduğuna göre, **$|-Z| + 3|Z|$ toplamının eşiti kaçtır?**

A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

1 – B 2 – C 3 – B 4 – D 5 – C 6 – A 7 – B 8 – E

Karmaşık Sayılarda Toplama ve Çıkarma

Karmaşık sayılarda toplama işlemi yapılırken reel kısımlar kendi aralarında toplanır reel kısma yazılır, sanal kısımlar kendi aralarında toplanır sanal kısma yazılır. Çıkarma işlemi içinde aynı işlem yapılır.

Buna göre, $Z_1=a+bi$, $Z_2=c+di$ ise $Z_1+Z_2=a+c+(b+d)i$, $Z_1-Z_2=a-c+(b-d)i$

kavrama sorusu

$Z_1=3-2i$

$Z_2=-1+4i$

karmaşık sayıları veriliyor.

Buna göre,

a) Z_1+Z_2 nin eşitini bulunuz.

b) Z_1-Z_2 nin eşitini bulunuz.

çözüm

$Z_1+Z_2=a+c+(b+d)i$ ve $Z_2=a-c+(b-d)i$ bağıntısından

a) $Z_1+Z_2=3+(-1)+(-2+4)i$

$=2+2i$

Cevap: 2+2i

b) $Z_1-Z_2=(3-(-1))+(-2-4)i$

$=4-6i$

Cevap: 4–6i

kavrama sorusu

$Z_1=5-3i$

$Z_2=-2-i$

karmaşık sayıları veriliyor.

Buna göre,

a) $2Z_1+3Z_2$ nin eşitini bulunuz.

b) $3Z_1-4Z_2$ nin eşitini bulunuz.

çözüm

a) $2Z_1+3Z_2=2(5-3i)+3(-2-i)$

$=10-6i-6-3i$

$=(10-6)+(-6-3)i$

$=4-9i$

Cevap: 4–9i

b) $3Z_1-4Z_2=3(5-3i)-4(-2-i)$

$=15-9i+8+4i$

$=(15+8)+(-9+4)i$

$=23-5i$

Cevap: 23–5i

kavrama sorusu

$Z_1=3+5i$

$Z_2=1-2i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$|Z_1+Z_2|$

ifadesinin eşiti bulunuz.

çözüm

$Z_1+Z_2=(3+1)+(5-2)i$

$Z_1+Z_2=4+3i$

$|Z_1+Z_2|=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$

Cevap: 5

kavrama sorusu

$Z=a+bi$ olmak üzere,

$Z-3.\overline{Z}=-6+8i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayısını bulunuz.

çözüm

$Z=a+bi$ ise $\overline{Z}=a-bi$ dir.

$Z-3\overline{Z}=-6+8i$

$a+bi-3(a-bi)=-6+8i$

$a+bi-3a+3bi=-6+8i$

$(a-3a)+(b+3b)i=-6+8i$

$-2a+4bi=-6+8i$

$-2a=-6,\quad 4b=8$

$a=3,\quad b=2$

$Z=a+bi=3+2i$

Cevap: 3+2i

soru 1

$Z_1=-5+3i$

$Z_2=2-i$

karmaşık sayıları veriliyor.

Z_1+Z_2 karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-3+4i$ B) $3+2i$ C) $-3+2i$ D) $-3+i$ E) $-3-2i$

soru 2

$Z_1=-2-4i$

$Z_1-Z_2=3+i$

olduğuna göre, **Z_2 karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $5+5i$ B) $5-5i$ C) $-5+5i$ D) $1-5i$ E) $-5-5i$

soru 3

$Z_1=-3i+1$

$Z_2=3i$

$Z_3=1-4i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$Z_1+Z_2-Z_3$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4i$ B) 4 C) $-4i$ D) $2+4i$ E) $2-4i$

soru 4

$Z_1=\sqrt{-4}+\sqrt{16}$

$Z_2=i^9+i^{14}$

karmaşık sayıları veriliyor.

Buna göre, $4Z_1-2Z_2$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $18+18i$ B) $18i$ C) $6+18i$ D) $18+6i$ E) $18-6i$

soru 5

$Z_1=5-i$

$Z_2=-3+3i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$|Z_1+Z_2|$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) 4 D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{5}$

soru 6

$Z_1=x+2i$

$Z_2=3-2i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$|Z_1-Z_2|=5$

olduğuna göre, **x in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?**

A) -9 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6

soru 7

$Z=a+bi$ olmak üzere,

$Z+2\overline{Z}=3+4i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $1-i$ C) $1-2i$ D) $-4i$ E) $1-4i$

soru 8

$Z=a+bi$ ve $b\neq0$

karmaşık sayı olduğuna göre,

I. $Z+\overline{Z}$ reel sayıdır.

II. $Z-\overline{Z}$ karmaşık sayıdır.

III. $|Z|$ reel sayıdır.

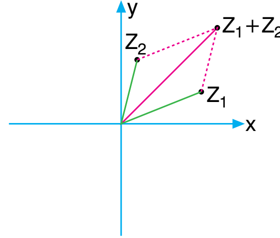
ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III D) I, II ve III E) I ve III

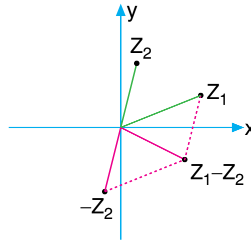
1 – C 2 – E 3 – A 4 – D 5 – B 6 – C 7 – E 8 – D

Karmaşık Sayılarda Toplama ve Çıkarma İşleminin Geometrik Yorumu

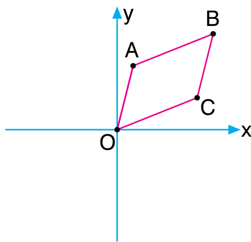
Karmaşık düzlemde Z_1, Z_2 ve başlangıç noktalarını paralelkenara tamamlayan dördüncü köşeye Z_1+Z_2 noktası denir.



$Z_1-Z_2=Z_1+(-Z_2)$ eşitliğini ve toplama işleminin geometrik yorumunu kullanarak Z_1, $-Z_2$ ve başlangıç noktalarını paralelkenara tamamlayan dördüncü köşeye Z_1-Z_2 noktası denir.



kavrama sorusu



AOCB paralelkenardır.

A noktasına $Z_1=2+3i$

C noktasına $Z_2=4+i$

karmaşık sayıları

karşılık gelmektedir.

B noktasına karşılık gelen karmaşık sayıyı bulunuz.

çözüm

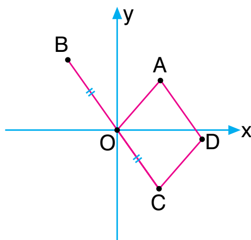
Toplama işleminin geometrik yorumuna göre A, C ve O noktalarını paralelkenara tamamlayan dördünce köşe B noktası Z_1+Z_2 ye eşittir.

$Z_1+Z_2=2+3i+4+i$

$=6+4i$

Cevap: 6+4i

kavrama sorusu



OADC paralelkenar,

B, O ve C noktaları doğrusal

$|BO|=|OC|$ dir.

A noktasına $Z_1=4+2i$

B noktasına $Z_2=-3+3i$

karmaşık sayıları

karşılık gelmektedir.

D noktasına karşılık gelen karmaşık sayıyı bulunuz.

çözüm

$|BO|=|OC|$ olduğuna göre C noktasına karşılık gelen karmaşık sayı $-Z_2$ dir. AOCD paralelkenar olduğu için D noktasına karşılık gelen karmaşık sayı Z_1-Z_2 dir.

$Z_1-Z_2=4+2i-(-3+3i)$

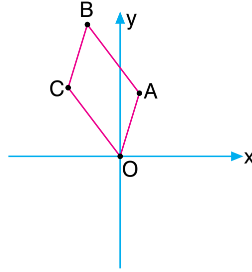
$=4+2i+3-3i$

$=7-i$

Cevap: 7–i

soru 1

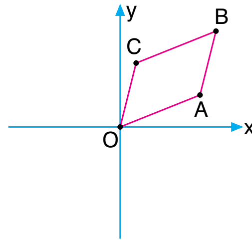
OABC paralelkenar,
A noktasına $Z_1=1+2i$,
C noktasına $Z_2=-2+3i$
karmaşık sayıları
karşılık gelmektedir.
B noktasına karşılık gelen karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?



A) $-2+5i$ B) $-1+4i$ C) $-1+5i$
D) $-2+4i$ E) $-1+6i$

soru 2

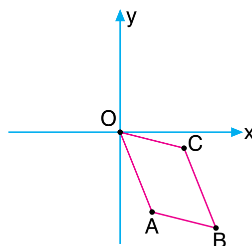
OABC paralelkenar,
A noktasına $Z_1=7+(y-2)i$,
C noktasına $Z_2=x+1+6i$
B noktasına $Z_3=11+9i$
karmaşık sayıları
karşılık gelmektedir.
x+y toplamının eşiti kaçtır?



A) 3 B) 5 C) 7 D) 8 E) 10

soru 3

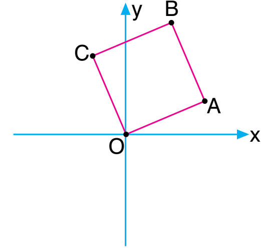
OABC paralelkenar,
A noktasına $Z_1=3-5i$,
B noktasına $Z_2=7-7i$
karmaşık sayıları
karşılık gelmektedir.
C noktasına karşılık gelen karmaşık sayının reel kısmı ile sanal kısmının çarpımı kaçtır?



A) –12 B) –9 C) –8 D) –6 E) –4

soru 4

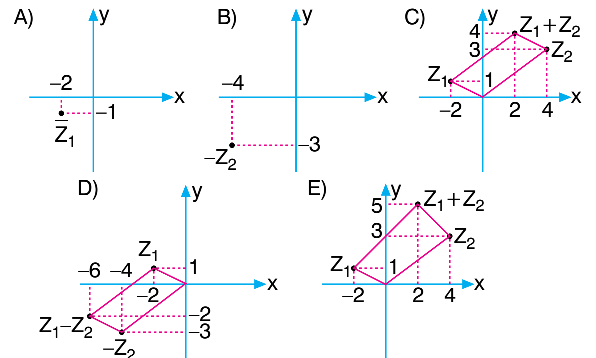
OABC kare, A noktasına
karşılık gelen
karmaşık sayı $Z=4+2i$
ise B noktasına karşılık gelen karmaşık sayının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?



A) $2+6i$ B) $2+5i$ C) $2+4i$
D) $3+6i$ E) $3+5i$

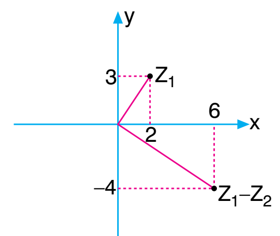
soru 5

$Z_1=-2+i$
$Z_2=4+3i$
karmaşık sayıları verilmiştir.
Aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?



soru 6

Karmaşık düzlemde
Z_1 ve Z_1-Z_2 karmaşık
sayıları gösterilmiştir.
Z_2 karmaşık sayının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?



A) $7-4i$ B) $-4+7i$ C) $-4+8i$
D) $8-i$ E) $-4+i$

1 – C 2 – D 3 – C 4 – A 5 – E 6 – B

Karmaşık Sayılarda Çarpma

$Z_1=a+bi$ ve $Z_2=c+di$ olsun.

$Z_1.Z_2=(a+bi)(c+di)=a.c+a.di+b.ci+bd\,i^2 \to -1$

$=a.c+a.di+b.ci-b.d$ şeklinde bulunur.

Bir karmaşık sayıyı eşleniği ile çarpma $Z=a+bi$ olsun.

$Z.\overline{Z}=(a+bi)(a-bi)=a^2-b^2.\,i^2 \to -1$

$Z.\overline{Z}=a^2+b^2$ şeklinde bulunur.

kavrama sorusu

$Z_1=2-3i$

$Z_2=-3+5i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$Z_1.Z_2$ ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$(2-3i).(-3+5i)=-6+10i+9i-15i^2=-6+10i+9i-15(-1)$

$=-6+10i+9i+15=9+19i$

Cevap: 9+19i

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

a) $(1-i^3).(1+2i^5)$

b) $(1-i^3)(1-i^4)(1-i^5)$

ifadelerinin eşitini bulunuz.

çözüm

a) $i^3=-i,\ i^5=i$

$(1-i^3).(1+2i^5)=(1+i).(1+2i)=1+2i+i+2i^2$

$=1+2i+i+2.(-1)=-1+3i$

Cevap: –1+3i

b) $i^3=-i,\ i^4=1,\ i^5=i$

$(1-i^3).(1-i^4).(1-i^5)=(1+i).(1-1)(1-i)$

$=(1+i).0.(1-i)=0$

Cevap: 0

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

a) $Z=2-5i$ karmaşık sayısı veriliyor.

$Z.\overline{Z}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

b) $(1-i).(2+i).(1+i)$

ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$Z.\overline{Z}=a^2+b^2$ bağıntısından

a) $Z.\overline{Z}=(2-5i)(2+5i)=2^2+(-5)^2=4+25=29$

Cevap: 29

b) $(1-i).(1+i)=1^2+(-1)^2=1+1=2$

$(1-i).(1+i)(2+i)=2(2+i)=4+2i$

Cevap: 4+2i

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

a) $(\sqrt{3}-i)^5.(\sqrt{3}+i)^5$

ifadesinin eşitini bulunuz.

b) $(\sqrt{2}+i)^4.(\sqrt{2}-i)^5$

ifadesinin eşitini bulunuz.

$a^n.b^n=(a.b)^n$ olduğunu hatırlayınız.

çözüm

a) $(\sqrt{3}-i)^5.(\sqrt{3}+i)^5=[(\sqrt{3}-i)(\sqrt{3}+i)]^5=[(\sqrt{3}^2+(-1)^2]^5$

$=(3+1)^5=4^5$

Cevap: 4^5

b) $(\sqrt{2}+i)^4.(\sqrt{2}-i)^5=(\sqrt{2}+i)^4.(\sqrt{2}-i)^4.(\sqrt{2}-i)$

$=((\sqrt{2}+i)(\sqrt{2}-i))^4.(\sqrt{2}-i)$

$=((\sqrt{2})^2+1^2)^4.(\sqrt{2}-i)=3^4(\sqrt{2}-i)$

$=81\sqrt{2}-81i$

Cevap: $81\sqrt{2}-81i$

soru 1

$Z_1=3+i$

$Z_2=2-3i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$Z_1.Z_2$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3-7i$ B) $7-9i$ C) 9 D) $9+7i$ E) $9-7i$

soru 2

$Z_1=-1+i$

$Z_2=2i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$i.Z_1+(3-i).Z_2$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1+5i$ B) $1-5i$ C) $3+5i$ D) $-3+5i$ E) $5i$

soru 3

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(1+i^3).(1+i^7)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-4i$ B) $-2i$ C) 2 D) $2i$ E) $4i$

soru 4

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(1-i^6).(1-i^7).(1-i^8).(1-i^9)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2i$ B) $-i$ C) 0 D) i E) $2i$

soru 5

$Z=3-i$

karmaşık sayısı veriliyor.

$Z.\overline{Z}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 B) 5 C) 8 D) 9 E) 10

soru 6

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(1-\sqrt{2}i).(2+3i).(1+\sqrt{2}i).(2-3i)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 13 B) 26 C) 39 D) 52 E) 65

soru 7

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(1-3i)^8.(1+3i)^8$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 5^8 B) 8^8 C) 9^8 D) 10^8 E) 10^9

soru 8

$i^2=-1$ olmak üzere,

$(2-2i)^5.(2+2i)^6$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $8^5(2+2i)$ B) $8^5(2-2i)$ C) $8^5(-2+2i)$ D) 8^5 E) $4^5(2+2i)$

1 – E 2 – A 3 – B 4 – C 5 – E 6 – C 7 – D 8 – A

Z karmaşık sayısının bilinmediği denklemlerde $Z=a+bi$ eşitliği kullanılarak Z karmaşık sayısı bulunur.

kavrama sorusu

$Z(1+3i)=i.\overline{Z}+9i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayısını bulunuz.

çözüm

$Z=a+bi$ ise $\overline{Z}=a-bi$ dir.

$Z(1+3i)=i.\overline{Z}+9i$

$(a+bi)(1+3i)=i.(a-bi)+9i$

$a+3ai+bi+3bi^2=a.i-bi^2+9i$

$a+3ai+bi-3b=a.i+b+9i$

$a-3b+(3a+b)i=b+(a+9)i$

$a-3b=b$ ve $3a+b=a+9$

$a=4b$ için $12b+b=4b+9$

$13b=4b+9$

$b=1$

$b=1$ için $a=4b=4.1=4$

$Z=a+bi=4+i$

Cevap: 4+i

kavrama sorusu

$Z+|Z|=8+4i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayısını bulunuz.

çözüm

$Z=a+bi$ ise $|Z|=\sqrt{a^2+b^2}$

$Z+|Z|=8+4i$

$a+bi+\sqrt{a^2+b^2}=8+4i$

$a+\sqrt{a^2+b^2}=8$ ve $b=4$ tür.

$a+\sqrt{a^2+4^2}=8$

$a+\sqrt{a^2+16}=8$

$\sqrt{a^2+16}=8-a$

$(\sqrt{a^2+16})^2=(8-a)^2$

$a^2+16=64-16a+a^2$

$a=3$

$Z=a+bi=3+4i$

Cevap: 3+4i

kavrama sorusu

$(Z+i.\overline{Z})^2=8i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayısının reel kısmı ile sanal kısmının toplamının alabileceği değerleri bulunuz.

çözüm

$Z=a+bi$ ise $\overline{Z}=a-bi$ dir.

$(Z+i.\overline{Z})^2=8i$

$(a+bi+i.(a-bi))^2=8i$

$(a+bi+a.i-bi^2)^2=8i$

$(a+bi+ai+b)^2=8i$

$(a+b+(a+b)i)^2=8i$

$[(a+b)(1+i)]^2=8i$

$(a+b)^2.\underbrace{(1+i)^2}_{2i}=8i$

$(a+b)^2=4$

$a+b=2$ veya $a+b=-2$

Cevap: –2 veya 2

soru 1

$Z+2\overline{Z}=6-2i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1+2i B) 2–2i C) 2–i D) 2+i E) 2+2i

soru 2

$Z-3\overline{Z}=2-8i$

eşitliği veriliyor.

|Z| nin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\sqrt{5}$ E) 3

soru 3

$Z(1-i)=i.\overline{Z}+4$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4–4i B) 4–8i C) 4+4i D) 4+8i E) 8+4i

soru 4

$i.Z-2=3.\overline{Z}+6i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayısının sanal kısmı kaçtır?

A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 5 D) $\frac{15}{2}$ E) 10

soru 5

$Z+|Z|=2+4i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –3+4i B) 3–4i C) –3–4i D) 3+4i E) 4–3i

soru 6

$Z-|Z|=-1+\sqrt{3}i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-1-\sqrt{3}i$ B) $\sqrt{3}-i$ C) $1+\sqrt{3}i$ D) $\sqrt{3}+i$ E) $1-\sqrt{3}i$

soru 7

$(Z+\overline{Z})^2=36$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayısının reel kısmının alabileceği değerler çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) –36 B) –18 C) –9 D) –3 E) 0

soru 8

$Z+Z.\overline{Z}=15-3i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) –2–3i B) –1–3i C) 1–3i D) 2–3i E) 3–3i

1 – E 2 – D 3 – D 4 – B 5 – A 6 – C 7 – C 8 – D

Karmaşık Sayılarda Bölme

Karmaşık sayılarda bölme işlemi için pay ve payda paydanın eşleneği ile çarpılır.

$Z=\dfrac{a+ib}{c+id}$ ifadesi, $Z=\dfrac{a+ib}{\underset{(c-id)}{c+id}}=\dfrac{(a+ib)(c-id)}{c^2+d^2}$ biçiminde düzenlenir.

kavrama sorusu

$Z=\dfrac{3-i}{2+i}$

karmaşık sayısı için Re(Z)+İm(Z) toplamının eşitini bulunuz.

çözüm

Pay ve payda paydanın eşleniği ile çarpılır.

$Z=\dfrac{3-i}{\underset{(2-i)}{2+i}}=\dfrac{(3-i)(2-i)}{2^2+1^2}=\dfrac{6-3i-2i+i^2}{5}=\dfrac{5-5i}{5}=\dfrac{\cancel{5}(1-i)}{\cancel{5}}=1-i$ ($i^2=-1$)

Z=1–i ise Re(Z)+İm(Z)=1+(–1)=0

Cevap: 0

kavrama sorusu

Z=2–4i

karmaşık sayısının çarpmaya göre tersini (Z^{-1}) bulunuz.

çözüm

$Z^{-1}=\dfrac{1}{Z}=\dfrac{1}{2-4i}$

$\dfrac{1}{\underset{(2+4i)}{2-4i}}=\dfrac{2+4i}{2^2+4^2}=\dfrac{2+4i}{20}=\dfrac{2}{20}+\dfrac{4}{20}i=\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{5}i$

Cevap: $\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{5}i$

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

$\dfrac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-4}-2}$

ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\sqrt{-16}=4i$ ve $\sqrt{-4}=2i$

$\dfrac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-4}-2}=\dfrac{4i}{2i-2}=\dfrac{4i}{\underset{(-2i-2)}{2i-2}}=\dfrac{4i(-2i-2)}{2^2+(-2)^2}$

$=\dfrac{-8i^2-8i}{8}=\dfrac{8-8i}{8}=1-i$

Cevap: 1–i

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

$\dfrac{5}{1-2i}-\dfrac{10i}{2+i}$

ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\dfrac{5}{\underset{(1+2i)}{1-2i}}-\dfrac{10}{\underset{(2-i)}{2+i}}=\dfrac{5(1+2i)}{1^2+2^2}-\dfrac{10i(2-i)}{2^2+1^2}$

$=\dfrac{\cancel{5}(1+2i)}{\cancel{5}}-\dfrac{\overset{2}{\cancel{10}}\,i.(2-i)}{\cancel{5}}$

$=1+2i-2i(2-i)$

$=1+2i-4i+2i^2$

$=1+2i-4i-2$

$=-1-2i$

Cevap: –1–2i

soru 1

$$Z=\frac{1-3i}{1+i}$$

karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –1–2i B) –1+2i C) 1–2i D) –2–i E) 1+2i

soru 2

$$Z=\frac{3i-2}{i+2}$$

karmaşık sayısı veriliyor.

Buna göre, İm($\overline{Z}$) kaçtır?

A) $-\frac{12}{5}$ B) -2 C) $-\frac{8}{5}$ D) $-\frac{4}{5}$ E) $-\frac{1}{5}$

soru 3

Z=2–5i

karmaşık sayısının çarpmaya göre tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2+5i}{21}$ B) $\frac{2+5i}{23}$ C) $\frac{-2+5i}{29}$ D) $\frac{2-5i}{29}$ E) $\frac{2+5i}{29}$

soru 4

Z=1+3i

karmaşık sayısı veriliyor.

Re(Z^{-1})–İm(Z^{-1})

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $-\frac{1}{5}$ E) $-\frac{2}{5}$

soru 5

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\frac{1+\sqrt{-4}}{2-\sqrt{-9}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{-4+7i}{9}$ B) $\frac{7-4i}{13}$ C) $\frac{-4+7i}{13}$ D) $\frac{-2+7i}{13}$ E) $\frac{-4-7i}{13}$

soru 6

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\frac{\sqrt{-2}.\sqrt{-8}}{\sqrt{-9}}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{4i}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{4i}{3}$ E) 2i

soru 7

$$\frac{2i}{1-i}-\frac{3-i}{i}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2–4i B) –4i C) 2+4i D) –2+4i E) 4i

soru 8

$$\frac{3+i}{1+i}-\frac{i-2}{1+2i}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2–2i B) 2 C) –2i D) –2 E) 2+2i

1–A 2–C 3–E 4–B 5–C 6–D 7–E 8–A

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\left(\frac{2-i}{1+2i}\right)^{18}$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$$\frac{2-i}{1+2i}=\frac{(2-i)(1-2i)}{1^2+2^2}=\frac{2-4i-i+2i^2}{5}$$

(1–2i)

$$=\frac{2-4i-i-2}{5}=\frac{-5i}{5}=-i$$

$$\left(\frac{2-i}{1+2i}\right)^{18}=(-i)^{18}=i^{18}\equiv i^2=-1$$

18 | 4
16 | 4
②

Cevap: –1

kavrama sorusu

(1+i).Z+i=1

olduğuna göre, Z^{2012} **ifadesinin eşitini bulunuz.**

çözüm

(1+i).Z+i=1

(1+i).Z=1–i

$$Z=\frac{1-i}{1+i}$$

$$Z=\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{1^2+1^2}=\frac{-2i}{2}=-i$$

(1–i)

$$Z^{2012}=(-i)^{2012}=i^{2012}\equiv i^4=1$$

2012 | 4
2012 | 503
0

Cevap: 1

kavrama sorusu

Z=3+3i

olduğuna göre, $\left(\frac{Z+\overline{Z}}{Z-\overline{Z}}\right)^{19}$ **ifadesinin eşitini bulunuz.**

çözüm

Z=3+3i ve $\overline{Z}$=3–3i dir.

Z+$\overline{Z}$=3+3i+3–3i=6

Z–$\overline{Z}$=3+3i–3+3i=6i

$$\frac{Z+\overline{Z}}{Z-\overline{Z}}=\frac{6}{6i}=\frac{1}{i}=\frac{1}{i}=\frac{-i}{1}=-i$$

(–i)

$$\left(\frac{Z+\overline{Z}}{Z-\overline{Z}}\right)^{19}=(-i)^{19}=-i^{19}=-i^3=i$$

19 | 4
16 | 4
③

Cevap: i

kavrama sorusu

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$x+yi=\frac{17}{1-4i}+3-2i$$

olduğuna göre, **x+y toplamının eşitini bulunuz.**

çözüm

$$\frac{17}{1-4i}=\frac{17(1+4i)}{1^2+4^2}=\frac{\not{17}(1+4i)}{\not{17}}=1+4i$$

(1+4i)

$$x+yi=\frac{17}{1-4i}+3-2i$$

x+yi=1+4i+3–2i

x+yi=4+2i ise x=4 ve y=2 dir.

O halde, x+y=6

Cevap: 6

soru 1

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\left(\frac{3+i}{-1+3i}\right)^{15}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2i$ B) $-i$ C) -1 D) 1 E) i

soru 2

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\left(\frac{4-i}{1+4i}\right)^{10}+\left(\frac{-3+2i}{-2-3i}\right)^{12}$$

toplamının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1 B) i C) 0 D) -1 E) $-i$

soru 3

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{26}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) -1 B) $-i$ C) i D) 1 E) 2

soru 4

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\left(\frac{2}{1+i}+\frac{10}{1-3i}\right)^{4}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-64i$ B) -64 C) -32 D) 64 E) $64i$

soru 5

$Z=2+2i$

olduğuna göre, $\left(\frac{Z+\overline{Z}}{Z-\overline{Z}}\right)^{10}$ **ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2i$ B) i C) 1 D) -1 E) $-i$

soru 6

$Z=2+i$

olduğuna göre, $\frac{Z.\overline{Z}}{Z-\overline{Z}}$ **ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-\frac{5}{2}$ B) $-\frac{5}{2}i$ C) i D) $\frac{5}{2}i$ E) $\frac{5}{2}$

soru 7

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$x+yi=\frac{20}{2+4i}-2-4i$$

olduğuna göre, **x–y ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) -8 B) -4 C) 0 D) 4 E) 8

soru 8

$i^2=-1$ olmak üzere,

$$\frac{x+yi}{1-5i}=i+2$$

olduğuna göre, **x+y toplamının değeri kaçtır?**

A) -9 B) -7 C) -2 D) 8 E) 16

1 – E 2 – C 3 – A 4 – B 5 – D 6 – B 7 – E 8 – C

Kökleri Karmaşık Sayı Olan İkinci Derece Denklemlerin Çözümü

İkinci dereceden reel katsayılı bir denklemin diskriminantı negatif ise denklemin karmaşık olan kökleri birbirinin eşleniğidir.

kavrama sorusu

Reel katsayılı köklerinden biri,

a) $3-5i$

b) $-2i+4$

c) $-i$

d) $3i$

olan ikinci dereceden denklemin diğer kökünü bulunuz.

çözüm

Karmaşık olan kökler birbirinin eşleniğidir.

a) $3+5i$

b) $2i+4$

c) i

d) $-3i$

$ax^2+bx+c=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 yi bulmak için aşağıdaki işlemler uygulanır.

$$\Delta=b^2-4ac, \quad x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}, \quad x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

↓

Diskriminant

kavrama sorusu

$x^2-2x+5=0$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

çözüm

$a=1 \quad b=-2 \quad c=5$

$\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4.1.5=-16$

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{a}}{2a}=\frac{2+\sqrt{-16}}{2}=\frac{2+4i}{2}=1+2i$$

$x_1=1+2i$ ise $x_2=1-2i$

Cevap: {1+2i,1–2i}

Kökleri bilinen ikinci derece denklem, x^2-(Kökler toplamı)$x+$Kökler çarpımı$=0$ formülüyle bulunur.

kavrama sorusu

Köklerinden biri 3–i olan reel katsayılı ikinci derece denklemi yazınız.

çözüm

$x_1=3-i$ ise $x_2=3+i$ dir.

Kökler toplamı$=3-i+3+i=6$

Kökler çarpımı$=(3-i)(3+i)=3^2+1^2=10$

x^2-(Kökler toplamı)$x+$Kökler çarpımı $=0$

$x^2-6x+10=0$

Cevap: $x^2-6x+10=0$

$ax^2+bx+c=0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun. Kökler toplamı: $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ Kökler çarpımı: $x_1.x_2=\frac{c}{a}$

kavrama sorusu

m ve n reel sayı olmak üzere,

$x^2-(m+2)x+n-4=0$

denkleminin köklerinden biri 2–3i ise m+n toplamının eşitini bulunuz.

çözüm

$x_1=2-3i$ ise $x_2=2+3i$ dir.

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-\frac{-(m+2)}{1}=m+2=2-\cancel{3i}+2+\cancel{3i}$$

$$2=m$$

$$x_1.x_2=\frac{c}{a}=\frac{n-4}{1}=n-4=(2-3i)(2+3i)=2^2+3^2$$

$$17=n$$

$m+n=2+17=19$

Cevap: 19

soru 1

Reel katsayılı $ax^2+bx+c=0$ denkleminin karmaşık olan kökleri x_1 ve x_2 ise aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) $x_1=2-i$ ise $x_2=2+i$ dir.
B) $x_1=3i-2$ ise $x_2=-3i-2$ dir.
C) $x_1=4i$ ise $x_2=-4i$
D) $x_1=-2i$ ise $x_2=2i$
E) $x_1=3+2i$ ise $x_2=-3-2i$

soru 2

Reel katsayılı ikinci dereceden denklemin karmaşık kökleri x_1 ve x_2 olsun.

$x_1=a+bi$ ($a\neq0$ ve $b\neq0$)

olduğuna göre, **aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?**

A) x_1+x_2 reeldir.
B) x_1-x_2 sanaldır.
C) $x_1.x_2$ reeldir.
D) $x_1+x_2=0$
E) $\overline{x_1}=x_2$

soru 3

$x^2-4x+13=0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{2+3i, 2-3i\}$
B) $\{-2+3i, -2-3i\}$
C) $\{3i, -3i\}$
D) $\{1+3i, 1-3i\}$
E) $\{2+3i, -2-3i\}$

soru 4

$x^2+2x+4=0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-1+\sqrt{3}i, 1-\sqrt{3}i\}$
B) $\{1+\sqrt{3}i, 1-\sqrt{3}i\}$
C) $\{-\sqrt{3}i, \sqrt{3}i\}$
D) $\{-1-3i, -1+3i\}$
E) $\{-1-\sqrt{3}i, -1+\sqrt{3}i\}$

soru 5

Köklerinden biri 3–4i olan reel katsayılı ikinci derece denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+6x+25=0$
B) $x^2-6x+25=0$
C) $x^2+6x+7=0$
D) $x^2-6x+7=0$
E) $x^2-6x+21=0$

soru 6

Köklerinden biri –2i olan reel katsayılı ikinci derece denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+1=0$
B) $x^2+2x+4=0$
C) $x^2+4=0$
D) $x^2+9=0$
E) $x^2-4=0$

soru 7

$$2x^2-(m+3)x+\frac{17}{2}=0$$

denkleminin köklerinden biri $\frac{4-i}{2}$ ise m kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

soru 8

$x^2-6x+n+1=0$

denkleminin köklerinden biri $3+\sqrt{2}i$ ise n kaçtır?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

1 – E 2 – D 3 – A 4 – E 5 – B 6 – C 7 – C 8 – B

Karmaşık Sayılarda Eşlenik İle İlgili Özellikler

Z, Z_1 ve Z_2 karmaşık sayıları için,

$\overline{(\overline{Z})} = Z$, $\overline{Z_1 + Z_2} = \overline{Z_1} + \overline{Z_2}$, $\overline{Z_1 - Z_2} = \overline{Z_1} - \overline{Z_2}$, $\overline{Z_1 \cdot Z_2} = \overline{Z_1} \cdot \overline{Z_2}$, $\overline{Z_1 : Z_2} = \overline{Z_1} : \overline{Z_2},\ Z_2 \neq 0$

kavrama sorusu

Aşağıdaki ifadelerin eşitlerini yazınız.

a) $\overline{\overline{Z_1} + Z_2}$

b) $\overline{Z_1 - \overline{Z_2}}$

c) $\overline{\overline{Z_1} + \overline{Z_2}}$

d) $\overline{Z_1 \cdot \overline{Z_2}}$

çözüm

a) $\overline{\overline{Z_1} + Z_2} = (\overline{\overline{Z_1}}) + \overline{Z_2} = Z_1 + \overline{Z_2}$

b) $\overline{Z_1 - \overline{Z_2}} = \overline{Z_1} - (\overline{\overline{Z_2}}) = \overline{Z_1} - Z_2$

c) $\overline{\overline{Z_1} + \overline{Z_2}} = (\overline{\overline{Z_1}}) + (\overline{\overline{Z_2}}) = Z_1 + Z_2$

d) $\overline{Z_1 \cdot \overline{Z_2}} = \overline{Z_1} \cdot (\overline{\overline{Z_2}}) = \overline{Z_1} \cdot Z_2$

kavrama sorusu

$Z_1=2-3i$

$Z_2=1+4i$

$Z_3=-5i$

karmaşık sayıları veriliyor.

Buna göre, $\overline{Z_1 + \overline{Z_2} - \overline{Z_3}}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\overline{Z_1 + \overline{Z_2} - \overline{Z_3}} = \overline{Z_1} + (\overline{\overline{Z_2}}) - (\overline{\overline{Z_3}})$

$=\overline{Z_1}+Z_2-Z_3$

$=2+3i+1+4i-(-5i)$

$=2+3i+1+4i+5i$

$=3+12i$

Cevap: 3+12i

kavrama sorusu

$Z_1=2-i$

$Z_2=3+2i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$\overline{\overline{Z_1} \cdot Z_2}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\overline{\overline{Z_1} \cdot Z_2} = (\overline{\overline{Z_1}}) \cdot \overline{Z_2} = Z_1 \cdot \overline{Z_2}$

$=(2-i).(3-2i)$

$=6-4i-3i+2i^2$

$=6-4i-3i-2$

$=4-7i$

Cevap: 4–7i

kavrama sorusu

$Z_1=3-i$

$Z_2=1-i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$\dfrac{\overline{Z_1} + Z_2}{Z_2}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$\dfrac{\overline{Z_1} + Z_2}{Z_2} = \dfrac{3+i+1-i}{1-i} = \dfrac{4}{\underset{(1+i)}{1-i}}$

$= \dfrac{4(1+i)}{1^2+1^2} = \dfrac{\overset{2}{\cancel{4}}(1+i)}{\cancel{2}}$

$=2(1+i)$

$=2+2i$

Cevap: 2+2i

soru 1

Aşağıdaki ifadelerden kaç tanesi doğrudur?

I. $\overline{Z_1 + Z_2} = \overline{Z}_1 + \overline{Z}_2$

II. $\overline{\overline{Z}_1 + \overline{Z}_2} = Z_1 + Z_2$

III. $\overline{Z_1 - Z_2} = \overline{Z}_1 - \overline{Z}_2$

IV. $\overline{\overline{Z}_1 \cdot Z_2} = Z_1 \cdot \overline{Z}_2$

V. $\overline{Z}_1 \cdot \overline{Z}_2 = \overline{Z_1 \cdot Z_2}$

VI. $\overline{Z_1 : \overline{Z}_2} = \overline{Z}_1 : Z_2, \quad Z_2 \neq 0$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

soru 2

Aşağıdaki ifadelerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) $\overline{Z}_1 - \overline{Z}_2 = \overline{Z_1 - Z_2}$

B) $\overline{Z}_1 + Z_2 = \overline{Z_1 + \overline{Z}_2}$

C) $Z_1 \cdot Z_2 = \overline{\overline{Z}_1 \cdot \overline{Z}_2}$

D) $Z_1 + \overline{(\overline{Z}_1)} = 2Z_1$

E) $Z_2 + \overline{Z}_2 = 0 \quad (Re(Z_2) \neq 0)$

soru 3

$Z_1 = 3+2i$

$Z_2 = 1-5i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$\overline{Z_1 + \overline{Z}_2}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4+3i B) 4–7i C) 4+7i D) 4–3i E) 4+2i

soru 4

$Z_1 = 5-7i$

$Z_2 = 4-3i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$\overline{\overline{Z}_1 - Z_2} - Z_1$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –4+3i B) 4–3i C) –4–3i D) –3–4i E) –4–4i

soru 5

$Z = \sqrt{5} + \sqrt{2}i$

karmaşık sayısı veriliyor.

$\overline{(\overline{Z})} \cdot \overline{Z}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

soru 6

$Z_1 = 3-i$

$Z_2 = 2+i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$\overline{Z_1 \cdot Z_2}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 7–i B) 7+i C) 5–i D) 7–2i E) 5+i

soru 7

$Z_1 = 5+3i$

$Z_2 = \dfrac{3-i}{5-i}$

karmaşık sayıları veriliyor.

$\dfrac{\overline{Z_1 + Z_2} - \overline{Z_1 - Z_2}}{\overline{Z}_2}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2i B) –2 C) –i D) 1 E) 2

soru 8

$Z_1 = 2-i$

$Z_2 = \dfrac{3+4i}{2+i}$

karmaşık sayıları veriliyor.

$Z_1.\overline{Z}_2$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3+4i B) 3–4i C) –3–4i D) 4–3i E) 4+3i

1 – E 2 – E 3 – B 4 – C 5 – C 6 – A 7 – E 8 – B

Karmaşık Sayılarda Modülün (Mutlak Değerin) Özellikleri

1) $Z=a+bi$ karmaşık sayısı için $Z.\overline{Z}=|Z|^2=a^2+b^2$

2) $Z=a+bi$ karmaşık sayısı için $|Z|=|\overline{Z}|=|-\overline{Z}|=\sqrt{a^2+b^2}$

3) $|Z_1.Z_2|=|Z_1|.|Z_2|$

4) $\left|\frac{Z_1}{Z_2}\right|=\frac{|Z_1|}{|Z_2|}$, $Z_2 \neq 0$

kavrama sorusu

$Z.\overline{Z}-|Z|-12=0$

olduğundan |Z| ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$Z.\overline{Z}=|Z|^2$ olduğundan

$Z.\overline{Z}-|Z|-12=|Z|^2-|Z|-12=0$ denklemi elde edilir.

$$\begin{array}{cc} |Z| & -4 \\ |Z| & +3 \end{array}$$

$(|Z|-4).(|Z|+3)=0$

$|Z|-4=0$ veya $|Z|+3=0$

$|Z|=4$ $\qquad$ $|Z|=-3$

$|Z|$, Z karmaşık sayısının başlangıç noktasına olan uzaklığı olduğundan -3 olamaz. O halde, $|Z|=4$ tür.

Cevap: 4

kavrama sorusu

$3|Z|+4|\overline{Z}|-|-Z|=30$ olmak üzere,

$Z.\overline{Z}$ ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$|Z|=|\overline{Z}|=|-Z|$ olduğundan

$3|Z|+4|\overline{Z}|-|-Z|=3|Z|+4|Z|-|Z|=30$

$6|Z|=30$

$|Z|=5$

$Z.\overline{Z}=|Z|^2=5^2=25$

Cevap: 25

kavrama sorusu

$Z_1=1-2i$

$Z_2=2+4i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$|Z_1.Z_2|$ ifadesinin eşitini bulunuz.

çözüm

$|Z_1|=\sqrt{1^2+(-2)^2}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$

$|Z_2|=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$|Z_1.Z_2|=|Z_1|.|Z_2|=\sqrt{5}.2\sqrt{5}=10$

Cevap: 10

kavrama sorusu

$Z_1=3+5i$

$Z_2=1-4i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$\left|\frac{Z_1}{Z_2}\right|$ **ifadesinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$|Z_1|=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{9+25}=\sqrt{34}$

$|Z_2|=\sqrt{1^2+(-4)^2}=\sqrt{1+16}=\sqrt{17}$

$\left|\frac{Z_1}{Z_2}\right|=\frac{|Z_1|}{|Z_2|}=\frac{\sqrt{34}}{\sqrt{17}}=\sqrt{2}$

Cevap: $\sqrt{2}$

soru 1

$|Z|=7$

olduğuna göre, **$|\overline{Z}|+2|-Z|-7|-\overline{Z}|$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –28 B) –21 C) –14 D) –7 E) 7

soru 2

$Z.\overline{Z}+3|Z|-18=0$

olduğuna göre, **$|\overline{Z}|$ kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

soru 3

$Z.\overline{Z}=36$

olduğuna göre, **$|Z|+5|\overline{Z}|-2|-\overline{Z}|$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 6 B) 12 C) 18 D) 20 E) 24

soru 4

$Z+3|\overline{Z}|=12$

olduğuna göre, **$Z.\overline{Z}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 25

soru 5

$Z_1=1-i$

$Z_2=\sqrt{3}+i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$|Z_1.Z_2|$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $\sqrt{6}$ D) $2\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

soru 6

$|(x-3i).(\sqrt{2}-i)|=5\sqrt{3}$

olduğuna göre, **x in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?**

A) –16 B) –8 C) –4 D) 0 E) 16

soru 7

$$Z=\frac{6+2i}{3-i}$$

olduğuna göre, **$|Z|$ kaçtır?**

A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{10}$ E) $2\sqrt{10}$

soru 8

$$Z=\frac{a+3-(a+2)i}{a+2-(a+3)i}$$

olduğuna göre, **$|Z|$ kaçtır?**

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

1 – A 2 – A 3 – E 4 – D 5 – D 6 – A 7 – B 8 – C

Karmaşık Sayılarda Modülün (Mutlak Değerin) Özellikleri

5) $|Z^n| = |Z|^n$

6) $|Z_1+Z_2| \leq |Z_1| + |Z_2|$

kavrama sorusu

$Z=3-2i$

olduğuna göre, **$|Z^4|$ kaçtır?**

çözüm

$|Z| = \sqrt{3^2+(-2)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

$|Z^4| = |Z|^4 = (\sqrt{13})^4 = 13^2 = 169$

Cevap: 169

kavrama sorusu

$Z_1=2+\sqrt{13}i$

$Z_2=1-\sqrt{3}i$

$Z_3=-1+4i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$\left|\dfrac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_3}\right|$ **ifadesinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$|Z_1| = \sqrt{2^2+(\sqrt{13})^2} = \sqrt{4+13} = \sqrt{17}$

$|Z_2| = \sqrt{1^2+(-\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$

$|Z_3| = \sqrt{(-1)^2+4^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$

$\left|\dfrac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_3}\right| = \dfrac{|Z_1| \cdot |Z_2|}{|Z_3|} = \dfrac{\sqrt{17} \cdot 2}{\sqrt{17}} = 2$

Cevap: 2

kavrama sorusu

$Z = \dfrac{(1-i)^3 \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2}i)^2}{1+i}$

olduğuna göre, $\left|\dfrac{1}{\overline{Z}}\right|$ **ifadesinin eşitini bulunuz.**

çözüm

$|Z| = \dfrac{|1-i|^3 \cdot |\sqrt{3}-\sqrt{2}i|^2}{|1+i|}$

$|Z| = \dfrac{\left(\sqrt{1^2+(-1)^2}\right)^3 \cdot \left(\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-\sqrt{2})^2}\right)^2}{\sqrt{1^2+1^2}}$

$|Z| = \dfrac{(\sqrt{2})^3 \cdot (\sqrt{5})^2}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{8} \cdot 5}{\sqrt{2}} = \sqrt{4} \cdot 5 = 10$

$|Z| = 10$ olduğuna göre, $\left|\dfrac{1}{\overline{Z}}\right| = \dfrac{1}{|\overline{Z}|} = \dfrac{1}{|Z|} = \dfrac{1}{10}$

Cevap: $\dfrac{1}{10}$

kavrama sorusu

$Z_1=3+i$

$Z_2=2-6i$

karmaşık sayıları veriliyor.

a) $|Z_1| + |Z_2|$ kaçtır?

b) $|Z_1+Z_2|$ kaçtır?

($|Z_1+Z_2| \neq |Z_1| + |Z_2|$ olduğuna dikkat ediniz.)

çözüm

a) $|Z_1| = \sqrt{3^2+1^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

$|Z_2| = \sqrt{2^2+(-6)^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

$|Z_1| + |Z_2| = \sqrt{10} + 2\sqrt{10} = 3\sqrt{10}$

Cevap: $3\sqrt{10}$

b) $Z_1+Z_2=3+i+2-6i=5-5i$

$|Z_1+Z_2| = \sqrt{5^2+(-5)^2} = \sqrt{25+25}$

$= \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

Cevap: $5\sqrt{2}$

soru 1

$Z = 1 - \sqrt{2}i$

olduğuna göre, $|Z^6|$ **kaçtır?**

A) $\sqrt{3}$ B) 3 C) 9 D) 27 E) 81

soru 2

$Z = (2-2i)^4$

olduğuna göre, $|Z|$ **kaçtır?**

A) 8 B) 16 C) 32 D) 64 E) 128

soru 3

$Z = \dfrac{(2+\sqrt{5}i)(3-4i)}{1-\sqrt{35}i}$

olduğuna göre, $|Z|$ **kaçtır?**

A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{5}{2}$ D) 5 E) $\frac{15}{2}$

soru 4

$Z = \dfrac{1+2i}{(2-\sqrt{3}i)\cdot(2-i)}$

olduğuna göre, $|Z^{-1}|$ **kaçtır?**

A) $\sqrt{7}$ B) $\frac{\sqrt{7}}{7}$ C) $\frac{\sqrt{35}}{5}$ D) 1 E) $\frac{5\sqrt{7}}{7}$

soru 5

$Z = (2-3i)^2.(1+i)$

olduğuna göre, $|Z|$ **kaçtır?**

A) $\sqrt{13}$ B) $\sqrt{26}$ C) $\sqrt{39}$ D) $2\sqrt{13}$ E) $13\sqrt{2}$

soru 6

$Z = \dfrac{(5+\sqrt{2}i)\cdot(1+\sqrt{6}i)^2}{-\sqrt{2}+i}$

olduğuna göre, $|Z|$ **kaçtır?**

A) 3 B) 7 C) 14 D) 21 E) 28

soru 7

$Z_1 = (1-7i)^2$

$Z_2 = 5-12i$

olduğuna göre, $|Z_1| + |Z_2|$ **kaçtır?**

A) 50 B) 52 C) 54 D) 61 E) 63

soru 8

$Z_1 = 5-12i$

$Z_2 = 3-4i$

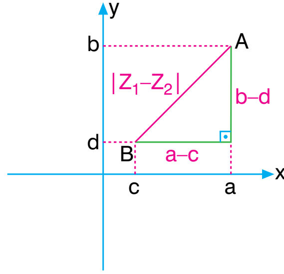
$Z_3 = 1+\sqrt{3}i$

olduğuna göre, $\left|\dfrac{Z_1\cdot Z_2}{Z_3^3}\right|$ **ifadesinin sonucu kaçtır?**

A) $\frac{65}{16}$ B) $\frac{65}{8}$ C) $\frac{65}{4}$ D) $\frac{65}{2}$ E) 65

1 – D 2 – D 3 – C 4 – A 5 – E 6 – D 7 – E 8 – B

İki Karmaşık Sayı Arasındaki Uzaklık



$Z_1=a+bi$ karmaşık sayısının karmaşık düzlemdeki görüntüsü A(a,b) ve $Z_2=c+di$ karmaşık sayısının karmaşık düzlemdeki görüntüsü B(a,b) olsun.

Z_1 ile Z_2 arası uzaklık $|AB|=|Z_1-Z_2|=\sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}$ olur.

kavrama sorusu

$Z_1=2-5i$

$Z_2=-1-i$

karmaşık sayıları arasındaki uzaklığı bulunuz.

çözüm

Z_1 karmaşık sayısının görüntüsü (2,–5)

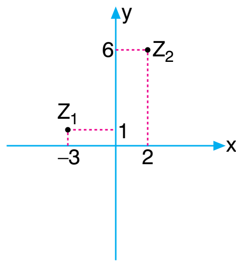
Z_2 karmaşık sayısının görüntüsü (–1,–1)

Z_1 ile Z_2 arası uzaklık

$$|Z_1-Z_2|=\sqrt{(2-(-1))^2+(-5-(-1))^2}$$
$$=\sqrt{3^2+(-4)^2}=\sqrt{25}=5$$

Cevap: 5

kavrama sorusu



Z_1 ile Z_2 arasındaki uzaklığı bulunuz.

çözüm

Z_1 karmaşık sayısının görüntüsü (–3,1)

Z_2 karmaşık sayısının görüntüsü (2,6)

Z_1 ile Z_2 arası uzaklık

$$|Z_1-Z_2|=\sqrt{(-3-2)^2+(1-6)^2}$$
$$=\sqrt{25+25}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$$

Cevap: $5\sqrt{2}$

kavrama sorusu

$Z_1=x-3+4i$

$Z_2=2-2i$

karmaşık sayıları arasındaki uzaklık $\sqrt{61}$ olduğuna göre, **x in alabileceği değerleri bulunuz.**

çözüm

Z_1 karmaşık sayısının görüntüsü (x-3,4)

Z_2 karmaşık sayısının görüntüsü (2,–2)

Z_1 ile Z_2 arası uzaklık

$$|Z_1-Z_2|=\sqrt{(x-3-2)^2+(4-(-2))^2}=\sqrt{61}$$
$$=\sqrt{(x-5)^2+36}=\sqrt{61}$$

$(x-5)^2+36=61$

$(x-5)^2=25$

↙ ↘

$x-5=5$ $\quad$ $x-5=-5$

$x=10$ $\quad$ $x=0$

Cevap: {0,10}

kavrama sorusu

Karmaşık düzlemde, A(3–4i), B(–1+2i), C(5–4i) karmaşık sayıları veriliyor.

A nın [BC] nin ortasına olan uzaklığı kaçtır?

A(a+bi), B(c+di) olduğuna göre, [AB] nin orta noktasının $\left(\frac{a+c}{2},\frac{b+d}{2}i\right)$ olduğunu hatırlayınız.

çözüm

[BC] orta noktası D olsun

$$D\left(\frac{-1+5}{2}+\frac{2i-4i}{2}\right)=D(2-i)$$

A ile D arası uzaklık

$$|AD|=\sqrt{(3-2)^2+(-4-(-1))^2}$$
$$=\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$$

Cevap: $\sqrt{10}$

soru 1

$Z_1 = 5+i$

$Z_2 = -1-7i$

Z_1 ve Z_2 sayıları arasındaki uzaklık kaçtır?

A) 5 B) 6 C) $6\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{5}$ E) 10

soru 2

$Z_1 = -4i$

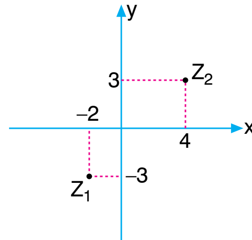
$Z_2 = 6$

Z_1 ve Z_2 sayıları arasındaki uzaklık kaçtır?

A) 5 B) 6 C) $2\sqrt{13}$ D) 8 E) 10

soru 3

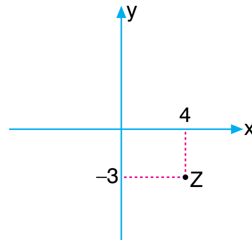
Yandaki şekilde verilen Z_1 ile Z_2 karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaçtır?



A) 5 B) 6 C) $6\sqrt{2}$ D) 8 E) 10

soru 4

Yandaki şekilde verilen Z karmaşık sayısı ile eşleniği arasındaki uzaklık kaçtır?



A) 10 B) 9 C) 8 D) 6 E) 5

soru 5

$Z_1 = x+2-3i$

$Z_2 = 1+i$

karmaşık sayıları arası uzaklık 5 olduğuna göre, **x in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?**

A) –10 B) –8 C) –6 D) –4 E) –2

soru 6

$Z_1 = x+3$

$Z_2 = -2i$

arası uzaklık $\sqrt{29}$ olduğuna göre, **x in alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

A) –10 B) –9 C) –8 D) –7 E) –6

soru 7

Karmaşık düzlemde, A(2–5i), B(–3+2i), C(7+4i) karmaşık sayıları veriliyor.

A nın [BC] nin ortasına olan uzaklığı kaçtır?

A) 8 B) 6 C) 5 D) 3 E) 2

soru 8

Karmaşık düzlemde, köşelerinin koordinatları A(–2–i), B(1+3i), C(4–i) olan üçgenin çevresi kaçtır?

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

1 – E 2 – C 3 – C 4 – D 5 – B 6 – E 7 – A 8 – E

$Z=x+yi$, $Z_0=a+bi$ ve $|Z-Z_0|=r$ olsun.

Z karmaşık sayısının görüntüsü (x,y)

Z_0 karmaşık sayısının görüntüsü (a,b) dir.

$|Z-Z_0|=\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}=r$

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ olur.

Buna göre, $|Z-(a+bi)|=r$ eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarının

a) geometrik yer denklemi $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ dir.

b) karmaşık düzlemde merkezi M(a,b) yarıçapı r olan çember belirtir.

Uyarı

Merkezi M(a,b) yarıçapı r olan çember denklemi

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

kavrama sorusu

a) $(x-3)^2+(y+2)^2=4$ çember denkleminin merkezinin koordinatlarını ve yarıçapını bulunuz.

b) Merkezinin koordinatları M(–2,–4) ve yarıçapı 5 olan çember denklemi yazınız.

çözüm

a) Merkezinin koordinatları M(3,–2) ve yarıçapı r=2 dir.

b) M(a,b) yarıçapı r olan çember denklemi $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ olduğuna göre, M(–2,–4), r=2 olan çember denklemi $(x+2)^2+(y+4)^2=5^2=25$ dir.

kavrama sorusu

Z=x+yi olsun.

$|Z-(-2+5i)|=6$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemini yazınız.

çözüm

$|Z-(a+bi)|=r$ eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ olduğundan,

$(x-(-2))^2+(y-5)^2=6^2$ ise $(x+2)^2+(y-5)^2=36$

Cevap: $(x+2)^2+(y-5)^2=36$

kavrama sorusu

Z=x+yi olsun.

$|Z+3-2i|=2$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarının

a) geometrik yer denklemini yazınız.

b) karmaşık düzlemde gösteriniz.

çözüm

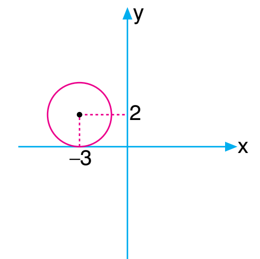
$|Z+3-2i|=2$ ise $|Z-(-3+2i)|=2$

a) $(x-(-3))^2+(y-2)^2=2^2$

$(x+3)^2+(y-2)^2=4$

Merkezinin koordinatları M(–3,2) ve yarıçapı r=2 olan çember denklemidir.

b) M(–3,2) ve r=2 olan çemberi çizelim.



kavrama sorusu

Aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

	Merkez koordinatları	Yarıçap
$\|Z+4-4i\|=6$		
$\|Z+2i-3\|=5$		
$\|Z+1\|=4$		
$\|Z-2i\|=1$		
$\|Z\|=2$		

çözüm

$|Z+a+bi|=r$ eşitliğinde merkez M(–a,–b) yarıçapı r dir.

	Merkez koordinatları	Yarıçap
$\|Z+4-4i\|=6$	(–4,4)	6
$\|Z+2i-3\|=5$	(3,–2)	5
$\|Z+1\|=4$	(–1,0)	4
$\|Z-2i\|=1$	(0,2)	1
$\|Z\|=2$	(0,0)	2

soru 1

$(x+2)^2+(y-4)^2=16$

çemberinin merkezinin koordinatları ve yarıçapı aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

A) M(2,–4) r=16 B) M(–2,4) r=16 C) M(2,–4) r=4

D) M(–2,4) r=2 E) M(–2,4) r=4

soru 2

Merkezinin koordinatları M(–3,–2) ve yarıçapı 6 olan çember denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x-3)^2+(y-2)^2=36$ B) $(x+3)^2+(y+2)^2=6$

C) $(x+3)^2+(y+2)^2=36$ D) $(x+2)^2+(y+3)^2=36$

E) $(x+3)^2+(y-2)^2=36$

soru 3

Z=x+yi olsun.

$|Z-(-4+5i)|=3$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x+4)^2+(y-5)^2=3$ B) $(x+4)^2+(y-5)^2=9$

C) $(x-4)^2+(y+5)^2=9$ D) $(x+5)^2+(y-4)^2=9$

E) $(x-4)^2+(y-5)^2=9$

soru 4

Z=x+yi olsun.

$|Z+2+3i|=\sqrt{5}$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x+2)^2+(y+3)^2=\sqrt{5}$ B) $(x+2)^2+(y+3)^2=25$

C) $(x-2)^2+(y-3)^2=5$ D) $(x+2)^2+(y+3)^2=5$

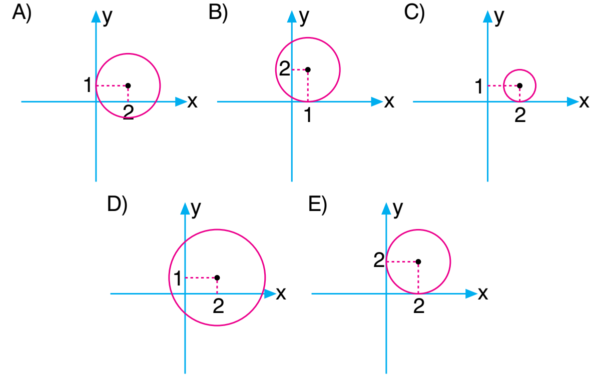
E) $(x+2)^2+(y-3)^2=5$

soru 5

Z=x+yi olsun.

$|Z-2-i|=2$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?

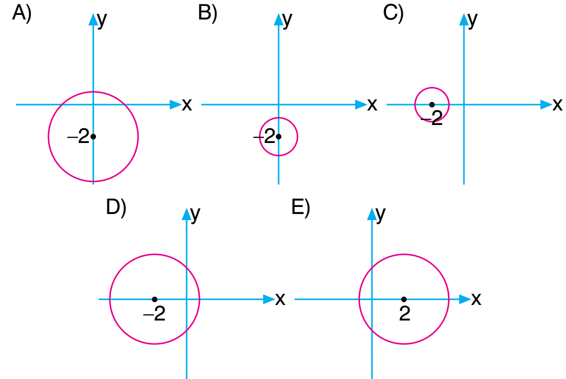


soru 6

Z=x+yi olsun.

$|Z+2|=4$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



soru 7

	Merkez koordinatları	Yarıçap
$\|Z-3-2i\|=5$	M(3,2)	5
$\|Z-2+i\|=3$	M(2,–1)	3
$\|Z+1+i\|=2$	M(–1,–1)	2
$\|Z-3i\|=4$	M(0,3)	4
$\|Z+2\|=1$	M(–2,0)	1

Yukarıdaki tabloya göre kaç tanesinin merkezinin koordinatları ve yarıçapı doğru verilmiştir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1 – E 2 – C 3 – B 4 – D 5 – A 6 – D 7 – E

$Z=x+yi$ olmak üzere, karmaşık düzlemde

1) $|Z-(a+bi)|<r$ bağıntısı merkezi M(a,b) r yarıçaplı çemberin sınırladığı bölgenin içini belirtir.

2) $|Z-(a+bi)|>r$ bağıntısı merkezi M(a,b) r yarıçaplı çemberin sınırladığı bölgenin dışını belirtir.

3) $r_1<|Z-(a+bi)|<r_2$ bağıntısı merkezi M(a,b) r yarıçapları r_1 ve r_2 olan çemberler arasında bölgedir.

kavrama sorusu

$Z=x+yi$ olmak üzere,

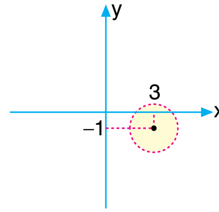
a) $|Z-3+i|<2$

b) $|Z+2+3i|\leq 4$

Z karmaşık sayılarını karmaşık düzlemde gösteriniz.

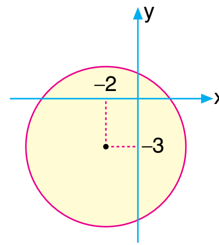
çözüm

a)



M(3,–1) ve yarıçapı 2 olan çemberin iç bölgesi

b)



M(–2,–3) ve yarıçapı 4 olan çember ve çemberin iç bölgesi

kavrama sorusu

$Z=x+yi$ olmak üzere,

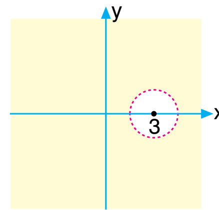
a) $|Z-3|>2$

b) $|Z-1-i|\geq 1$

Z karmaşık sayılarını karmaşık düzlemde gösteriniz.

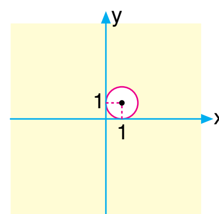
çözüm

a)



M(3,0) ve yarıçapı 2 olan çemberin dış bölgesi

b)



M(1,1) ve yarıçapı 1 olan çember ve çemberin dış bölgesi

kavrama sorusu

$Z=x+yi$ olmak üzere,

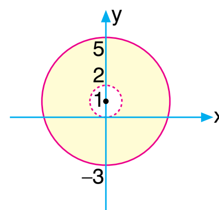
$1<|Z-i|\leq 4$ bağıntısında

a) Z karmaşık sayılarını karmaşık düzlemde gösteriniz.

b) Oluşan bölgenin alanını bulunuz.

çözüm

a)



M(0,1), $r_1=1$ ve $r_2=4$ olan çemberler arasında kalan bölgedir.

b) Dairenin alanı$=\pi r^2$

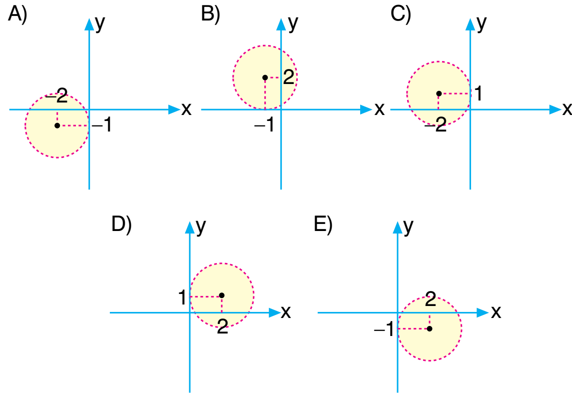
Taralı alan$=\pi r_2^2-\pi r_1^2$

$=\pi.4^2-\pi.1^2=15\pi$

Cevap: 15π

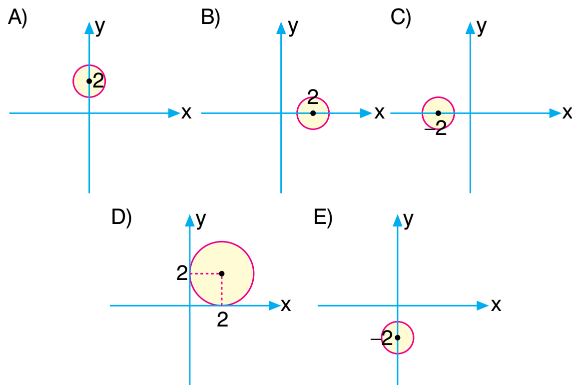
soru 1

Z=x+yi olmak üzere, |Z+2–i|<2 **koşulunu sağlayan Z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?**



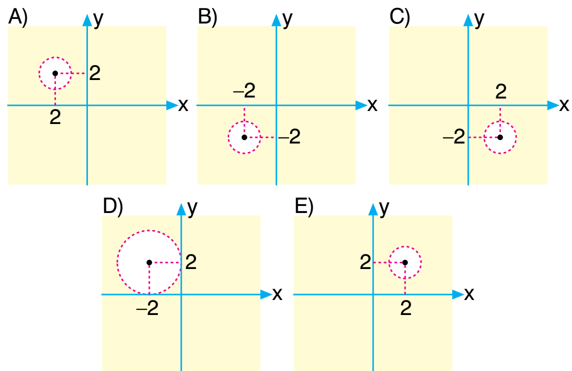
soru 2

Z=x+yi olmak üzere, |Z–2|≤1 **koşulunu sağlayan Z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?**



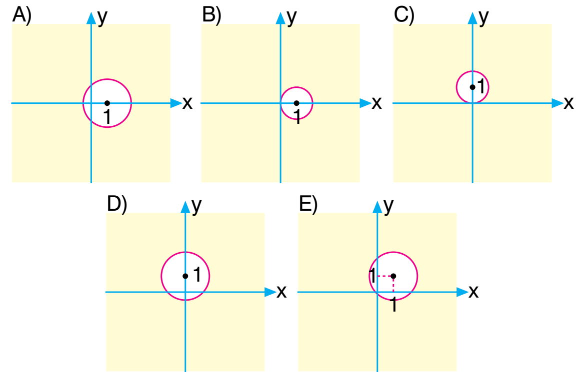
soru 3

Z=x+yi olmak üzere, |Z+2–2i|>1 **koşulunu sağlayan Z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?**



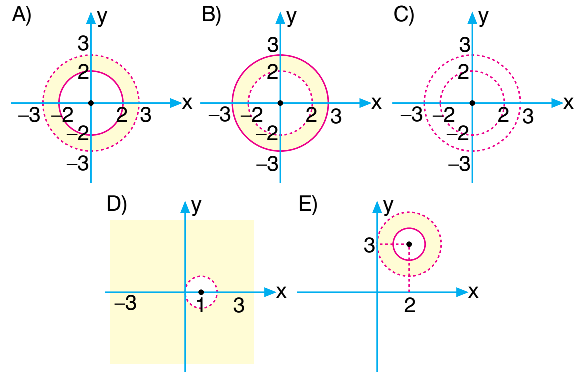
soru 4

Z=x+yi olmak üzere, |Z–i|≥2 **koşulunu sağlayan Z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?**



soru 5

Z=x+yi olmak üzere, 2≤|Z|<3 **koşulunu sağlayan Z karmaşık sayılarının karmaşık düzlemdeki görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?**



soru 6

3≤|Z–i|<5

koşulunu sağlayan Z karmaşık sayılarının oluşturduğu bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 12π B) 15π C) 16π D) 18π E) 19π

1 – C 2 – B 3 – A 4 – D 5 – A 6 – C

ax+by+c=0 ifadesi doğru denklemi belirtir.

kavrama sorusu

Z=x+yi olmak üzere,

$|Z-3|=|Z-i|$

koşulunu sağlayan Z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemini yazınız.

çözüm

$|Z-3|=|Z-i|$ eşitliğinde Z=x+yi yazarsak

$|x+yi-3|=|x+yi-i|$

$$\sqrt{(x-3)^2+y^2}=\sqrt{x^2+(y-1)^2}$$

$$(x-3)^2+y^2=x^2+(y-1)^2$$

$$x^2-6x+9+y^2=x^2+y^2-2y+1$$

2y–6x+8=0 ise y–3x+4=0

O halde, Z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi y–3x+4=0 doğrusudur.

Cevap: y–3x+4=0

kavrama sorusu

Z=x+yi olmak üzere,

$|Z-2|=|Z+4i|$

koşulunu sağlayan Z karmaşık sayılarının görüntülerini karmaşık düzlemde gösteriniz.

çözüm

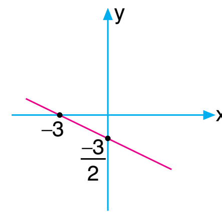
$|Z-2|=|Z+4i|$ eşitliğinde Z=x+yi yazarsak

$|x+yi-2|=|x+yi+4i|$

$$\sqrt{(x-2)^2+y^2}=\sqrt{x^2+(y+4)^2}$$

$$x^2-4x+4+y^2=x^2+y^2+8y+16$$

0=8y+4x+12 ise 0=2y+x+3



x=0 için $y=-\frac{3}{2}$

y=0 için x=–3

kavrama sorusu

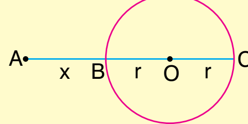
$|Z|\le 2$

olduğuna göre, **|Z–3–4i| ifadesinin alabileceği <u>en küçük</u> ve <u>en büyük</u> değeri bulunuz.**

A noktasının bir çembere

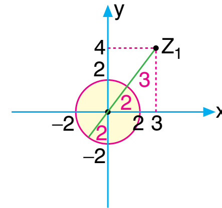
a) en kısa uzaklığı: |AB|=x

b) en uzun uzaklığı: |AC|=x+2r dir.



çözüm

$|Z|\le 2$, M(0,0) ve yarıçapı 2 olan dairedir.



$|Z-3-4i|=|Z-(3+4i)|$ ifadesi

Z ile Z_1=3+4i arasındaki uzaklık

Şekle göre en küçük değer:3

en büyük değer: 3+2+2=7

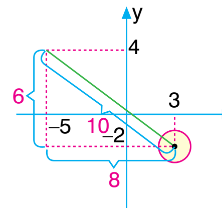
kavrama sorusu

$|Z-3+2i|\le 1$

olduğuna göre, **|Z+5–4i| ifadesinin alabileceği tamsayı değerini bulunuz.**

çözüm

$|Z-3+2i|\le 1$, M(3,–2) ve yarıçapı 1 olan dairedir.



$|Z+5-4i|=|Z-(-5+4i)|$ ifadesi

Z ile Z_1=–5+4i arasındaki uzaklıktır.

en küçük değer:10–1=9

en büyük değer:10+1=11

Buna göre, $9\le|Z+5-4i|\le 11$ olur.

Tamsayı değerleri {9,10,11}

soru 1

Z=x+yi olmak üzere,

$|Z+2|=|Z-2i|$

koşulunu sağlayan Z karmaşık sayılarının geometrik yer denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y=-x$ B) $y=x$ C) $y=-x+4$ D) $y=4x$ E) $y=-4x$

soru 2

Karmaşık sayılar düzleminde,

$|Z+i|=|Z-3i|$

denklemi aşağıdakilerden hangisini belirtir?

A) $y=\frac{1}{2}$ doğrusu B) $y=1$ doğrusu

C) $y=2$ doğrusu D) $x^2+(y+3)^2=3$ çemberi

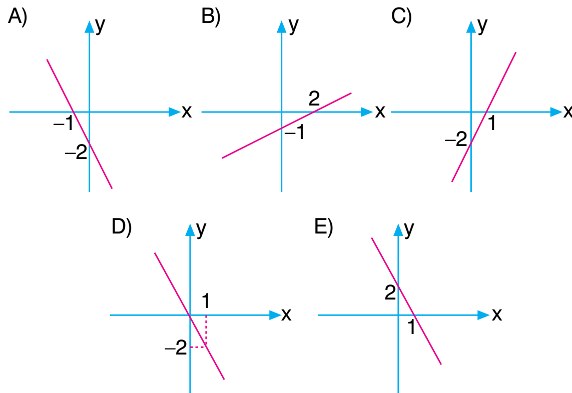
E) $(x+1)^2+y^2=1$ çemberi

soru 3

Karmaşık düzlemde,

$|Z-3+i|=|Z+1-i|$

koşulunu sağlayan Z karmaşık sayılarının görüntüleri aşağıdakilerden hangisidir?

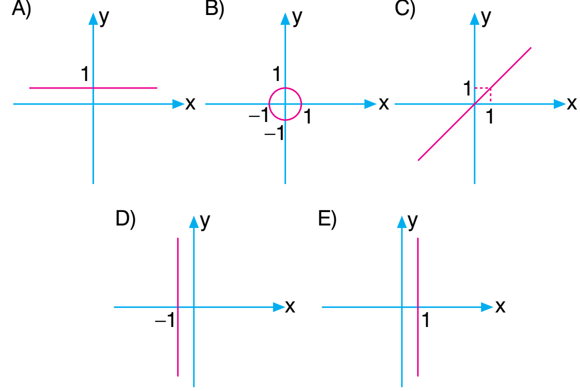


soru 4

Karmaşık düzlemde,

$|Z|=|Z-2|$

koşulunu sağlayan Z karmaşık sayılarının görüntüleri aşağıdakilerden hangisidir?



soru 5

$|Z|\leq 4$

olduğuna göre, **$|Z+5-12i|$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?**

A) 9 B) 12 C) 13 D) 15 E) 17

soru 6

$|Z|\leq 5$

olduğuna göre, **$|Z+6-8i|$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?**

A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 20

soru 7

$|Z-2-i|\leq 1$

olduğuna göre, **$|Z+2+2i|$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

soru 8

$|Z+1+i|\leq 1$

olduğuna göre, **$|Z-11-4i|$ ifadesinin alabileceği kaç farklı tamsayı değeri vardır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1 – A 2 – B 3 – C 4 – E 5 – A 6 – D 7 – C 8 – C

kavrama sorusu

Z=x+yi olmak üzere,

$|Z-2| < |Z+2i|$

eşitsizliğini sağlayan Z karmaşık sayılarını karmaşık düzlemde gösteriniz.

çözüm

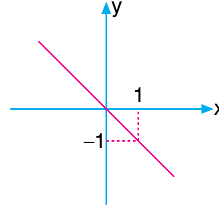
$|Z-2| < |Z+2i|$ eşitsizliğinde Z=x+yi yazalım.

$$|x+yi-2| < |x+yi+2i|$$

$$\sqrt{(x-2)^2+y^2} < \sqrt{x^2+(y+2)^2}$$

$$\cancel{x^2} - 4x + \cancel{4} + \cancel{y^2} < \cancel{x^2} + \cancel{y^2} + 4y + \cancel{4}$$

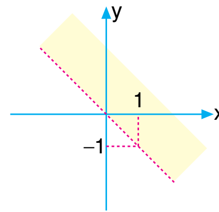
$$-x < y$$



y=–x eşitliğinde

x=0 için y=0

x=1 için y=–1



y>–x eşitliğinde (1,0) noktasını test edelim

0>–1 doğru önerme olduğu için (1,0) noktasını içine alan bölge taranır.

kavrama sorusu

Z=x+yi olmak üzere,

$|Z-1+i| \leq |Z+2i|$

eşitsizliğini sağlayan Z karmaşık sayılarını karmaşık düzlemde gösteriniz.

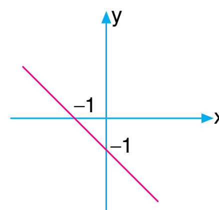
çözüm

$|Z-1+i| \leq |Z+2i|$ eşitsizliğinde Z=x+yi yazalım.

$$|x+yi-1+i| \leq |x+yi+2i|$$

$$\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2} \leq \sqrt{x^2+(y+2)^2}$$

$$\cancel{x^2} - 2x + 1 + \cancel{y^2} + 2y + 1 \leq \cancel{x^2} + \cancel{y^2} + 4y + 4$$



$0 \leq 2y+2x+2$

$0 \leq y+x+1$

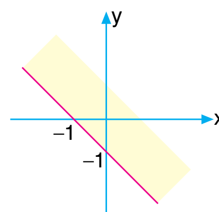
y+x+1=0 eşitliğinde

x=0 için y=–1

y=0 için x=–1

$y+x+1 \geq 0$ eşitliğinde (0,0) noktasını test edelim.

$0+0+1 \geq 0$, $1 \geq 0$ doğru önerme olduğu için (0,0) noktasını içine alan bölge taranır.

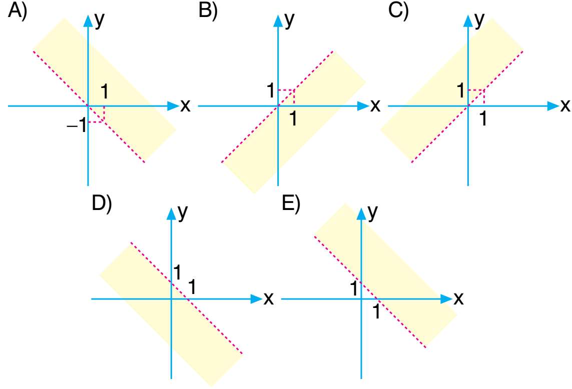


soru 1

Z=x+yi olmak üzere,

$|Z+1|<|Z+i|$

eşitsizliğini sağlayan Z karmaşık sayılarının görüntüleri aşağıdakilerden hangisidir?

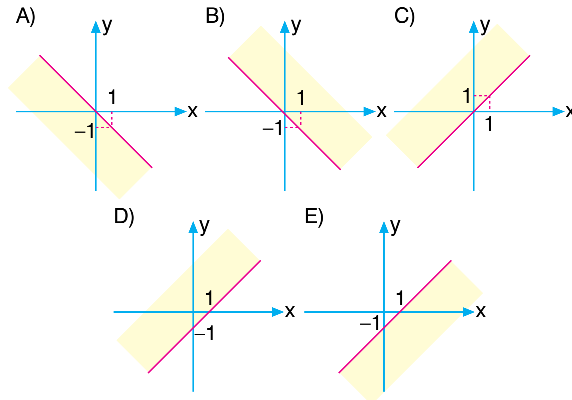


soru 2

Z=x+yi olmak üzere,

$|Z+3|\leq|Z-3i|$

eşitsizliğini sağlayan Z karmaşık sayılarının görüntüleri aşağıdakilerden hangisidir?

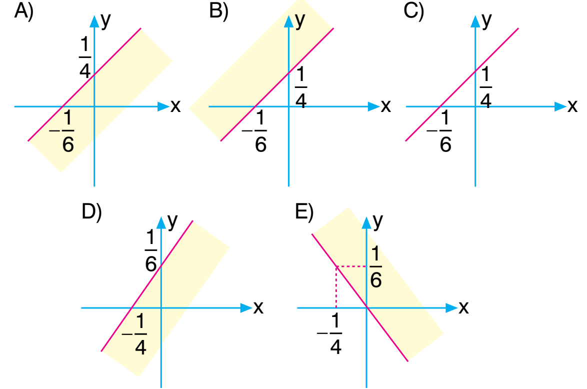


soru 3

Z=x+yi olmak üzere,

$|Z-2|\geq|Z+1-2i|$

eşitsizliğini sağlayan Z karmaşık sayılarının görüntüleri aşağıdakilerden hangisidir?

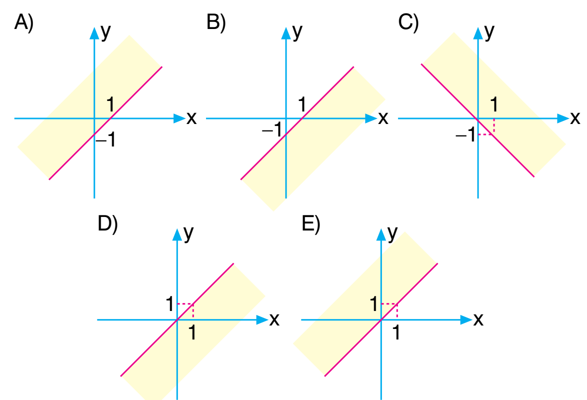


soru 4

Z=x+yi olmak üzere,

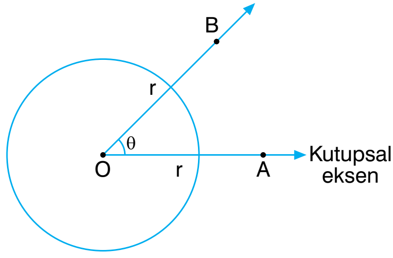
$$\frac{|Z+4|}{|Z+4i|}\geq 1$$

eşitsizliğini sağlayan Z karmaşık sayılarının görüntüleri aşağıdakilerden hangisidir?



1 – C 2 – A 3 – B 4 – D

Kutupsal Koordinatlar

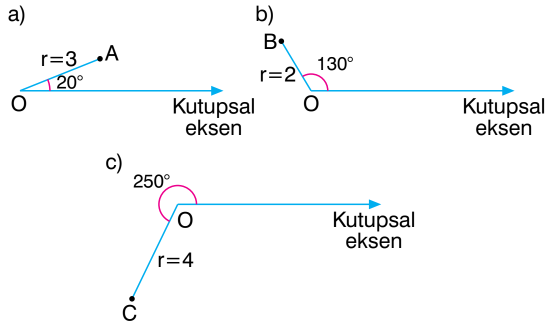


[OB] nın [OA ile pozitif yönde (saat yönüne ters) yaptığı açının esas ölçüsü θ olmak üzere B noktası (r,θ) sıralı ikilisi ile gösterilir.

[OA ışınına kutupsal eksen (r,θ) ikilisine B noktasının kutupsal koordinatları denir.

kavrama sorusu

Aşağıda kutupsal görüntüleri verilen A, B, C noktalarının kutupsal koordinatlarını yazınız.



çözüm

(r,θ) ikilisi kutupsal koordinat olduğundan

a) $r=3,\ \theta=20°$

A(3,20°)

Cevap: A(3,20°)

b) $r=2,\ \theta=130°$

B(2,130°)

Cevap: B(2,130°)

c) $r=4,\ \theta=250°$

C(4,250°)

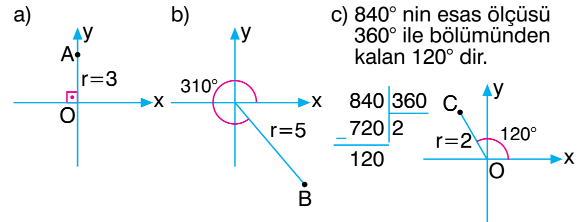
Cevap: C(4,250°)

kavrama sorusu

A(3,90°), B(5,310°), C(2,840°)

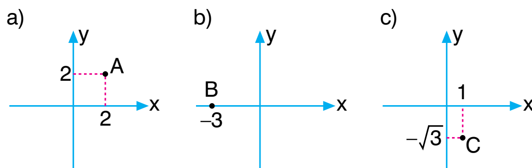
kutupsal koordinatlarıyla verilen noktaların görüntülerini çiziniz.

çözüm



kavrama sorusu

Aşağıdaki kartezyen koordinat sistemlerinde verilen noktaların kutupsal koordinatlarını yazınız.



$\tan 30° = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\tan 45° = 1$ olduğunu hatırlayınız.

çözüm

a) Pisagor yardımıyla r, trigonometri yardımıyla θ bulunur.

$r^2 = 2^2 + 2^2$, $\quad \tan\theta = \dfrac{2}{2} = 1$

$r = 2\sqrt{2}$, $\quad \theta = 45°$ ise $A(2\sqrt{2}, 45°)$

b) $r=3$, $\quad \theta = 180°$ ise B(3,180°)

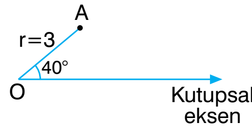
c) $r^2 = \sqrt{3}^2 + 1^2$, $\quad \tan\beta = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$r^2 = 4$ $\quad \beta = 30°$

$r = 2$ $\quad \theta = 360° - 30° = 330°$ ise C(2,330°)

soru 1

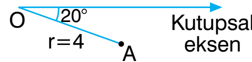
A noktasının kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?



A) (3,40°) B) (3,140°) C) (2,40°)
D) (3,20°) E) (3,50°)

soru 2

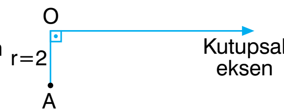
A noktasının kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?



A) (4,20°) B) (4,70°) C) (4,290°)
D) (4,310°) E) (4,340°)

soru 3

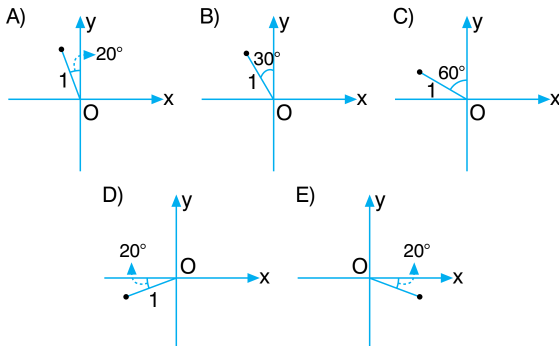
A noktasının kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?



A) (2,90°) B) (2,120°) C) (2,180°)
D) (2,270°) E) (2,300°)

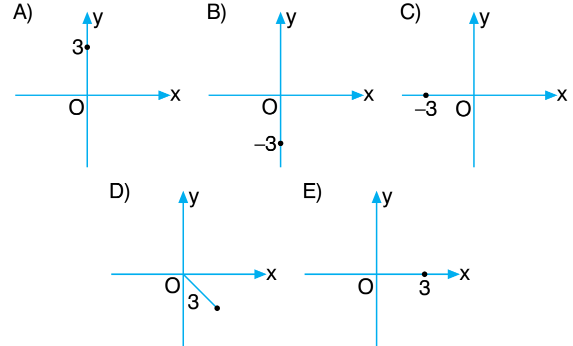
soru 4

Kutupsal koordinatları (1,110°) olan noktanın görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



soru 5

Kutupsal koordinatları (3,540°) olan noktanın görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



soru 6

Kartezyen düzleminde verilen A(3,3) noktasının kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (3,30°) B) (3,45°) C) $(3\sqrt{2},45°)$
D) (3,60°) E) $(3\sqrt{2},90°)$

soru 7

Kartezyen düzleminde verilen A(0,–5) noktasının kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (5,90°) B) (5,180°) C) (5,210°)
D) (5,270°) E) (–5,270°)

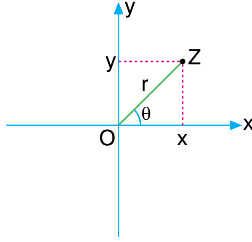
soru 8

Kartezyen düzleminde verilen $A(-2,-2\sqrt{3})$ noktasının kutupsal koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (2,240°) B) (4,240°) C) $(2\sqrt{3},240°)$
D) (4,210°) E) (2,210°)

1 – A 2 – E 3 – D 4 – A 5 – C 6 – C 7 – D 8 – B

Karmaşık Sayının Kutupsal Biçimi



Standart biçimi Z=x+yi olan karmaşık sayının kutupsal koordinatları (r,θ) olsun.

Buna göre, $r^2 = |Z|^2 = x^2 + y^2$, $\cos\theta = \frac{x}{r}$, $\sin\theta = \frac{y}{r}$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $r.\cos\theta = x$, $r.\sin\theta = y$

Z=x+yi eşitliğinde x=rcosθ ve y=r.sinθ yazılırsa,

Kutupsal biçimi Z=r.(cosθ+sinθ) veya kısaca Z=r.cisθ

elde edilir.

kavrama sorusu

Aşağıda kutupsal koordinatları verilen noktaya karşılık gelen karmaşık sayının kutupsal biçimlerini yazınız.

a) A(4,50°)

b) B(2,180°)

c) $C\left(3, \frac{5\pi}{3}\right)$

çözüm

Kutupsal koordinatları (r,θ) olan karmaşık sayının kutupsal biçimi Z=r(cosθ+sinθ)=r.cisθ olduğuna göre,

a) r=4, θ=50°

Z=4(cos50°+isin50°)

Z=4cis50°

Cevap: 4cis50°

b) r=2, θ=180°

Z=2(cos180°+isin180°)

Z=2cis180°

Cevap: 2cis180°

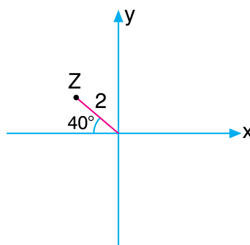
c) $r = 3,\ \theta = \frac{5\pi}{3}$

$Z = 3\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$

$Z = 3\text{cis}\frac{5\pi}{3}$

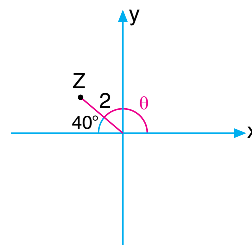
Cevap: 3cis $\frac{5\pi}{3}$

kavrama sorusu



Yandaki şekle göre, Z karmaşık sayısını kutupsal biçimde yazınız.

çözüm



Z karmaşık sayısının kutupsal koordinatlarını bulalım.

r=2

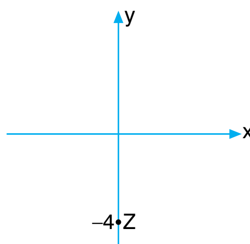
θ=180°–40°=140°

Z=2(cos140°+isin140°)

Z=2cis140°

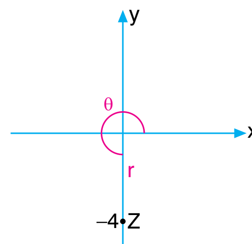
Cevap: 2cis140°

kavrama sorusu



Yandaki şekle göre, Z karmaşık sayısını kutupsal biçimde yazınız.

çözüm



Z karmaşık sayısının kutupsal koordinatlarını bulalım.

r=4

θ=270°

Z=4(cos270°+isin270°)

Z=4cis270°

Cevap: 4cis270°

soru 1

Kutupsal koordinatları (2,75°) olan karmaşık sayının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2(cos15°+isin15°)
B) 2(cos30°+isin30°)
C) 2(sin75°+icos75°)
D) 2(cos75°+isin75°)
E) 2(cos75°–isin75°)

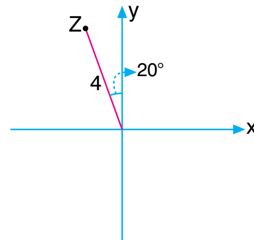
soru 2

Kutupsal koordinatları $\left(6, \frac{2\pi}{5}\right)$ olan karmaşık sayının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $6cis\frac{2\pi}{5}$
B) $6cis\frac{3\pi}{5}$
C) $6cis\frac{4\pi}{5}$
D) $6cis\,\pi$
E) $6cis\frac{6\pi}{5}$

soru 3

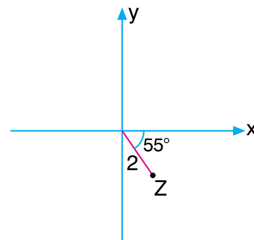
Yandaki şekle göre, Z karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?



A) 4(cos100°+isin100°)
B) 4(cos110°+isin110°)
C) 4(cos130°+isin130°)
D) 4(cos140°+isin140°)
E) 4(cos160°+isin160°)

soru 4

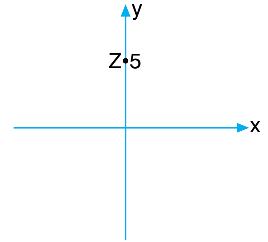
Yandaki şekle göre, Z karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?



A) 2cis285°
B) 2cis295°
C) 2cis305°
D) 2cis315°
E) 2cis345°

soru 5

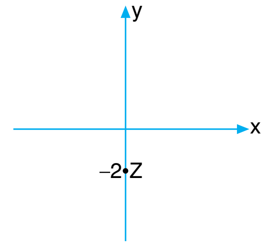
Yandaki şekle göre, Z karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?



A) 5(cos0°+isin0°)
B) cos90°+isin90°
C) 5(cos90°–isin90°)
D) 5(cos90°+isin90°)
E) 5(cos270°–isin270°)

soru 6

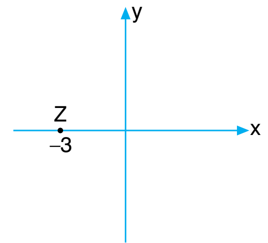
Yandaki şekle göre, Z karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?



A) 2cis90°
B) 2cis180°
C) –2cis270°
D) –2cis90°
E) 2cis270°

soru 7

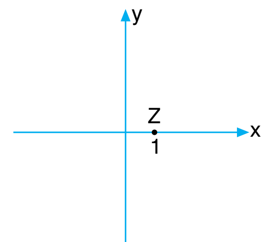
Yandaki şekle göre, Z karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?



A) –3(cos180°+isin180°)
B) –3(cos90°+isin90°)
C) 3(cos0°+isin0°)
D) 3(cos90°+isin90°)
E) 3(cos180°+isin180°)

soru 8

Yandaki şekle göre, Z karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?



A) cis0°
B) cis90°
C) cis180°
D) cis270°
E) cis300°

1 – D 2 – A 3 – B 4 – C 5 – D 6 – E 7 – E 8 – A

Standart biçimi Z=x+yi olan karmaşık sayının kutupsal biçimini bulmak için kutupsal koordinatları (r,θ) bulunur.

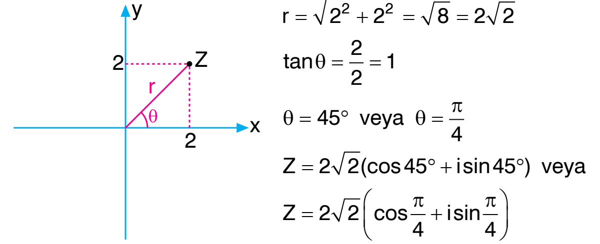
kavrama sorusu

Z=2+2i

karmaşık sayısını kutupsal biçimde yazınız.

çözüm

Kutupsal koordinatlar (r,θ) yı bulalım.



$r=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\tan\theta=\frac{2}{2}=1$

$\theta=45°$ veya $\theta=\frac{\pi}{4}$

$Z=2\sqrt{2}(\cos 45°+i\sin 45°)$ veya

$Z=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

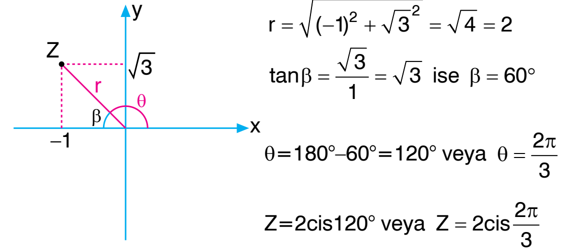
kavrama sorusu

$Z=-1+\sqrt{3}i$

karmaşık sayısını kutupsal biçimde yazınız.

çözüm

Kutupsal koordinatlar (r,θ) yı bulalım.



$r=\sqrt{(-1)^2+\sqrt{3}^2}=\sqrt{4}=2$

$\tan\beta=\frac{\sqrt{3}}{1}=\sqrt{3}$ ise $\beta=60°$

$\theta=180°-60°=120°$ veya $\theta=\frac{2\pi}{3}$

Z=2cis120° veya $Z=2\text{cis}\frac{2\pi}{3}$

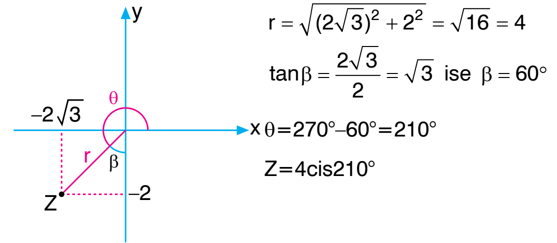
kavrama sorusu

$Z=-2\sqrt{3}-2i$

karmaşık sayısını kutupsal biçimde yazınız.

çözüm

Kutupsal koordinatlar (r,θ) yı bulalım.



$r=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{16}=4$

$\tan\beta=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ ise $\beta=60°$

$\theta=270°-60°=210°$

Z=4cis210°

kavrama sorusu

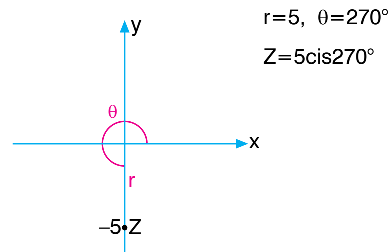
Aşağıda verilen karmaşık sayıları kutupsal biçimde yazınız.

a) Z=–5i

b) Z=–4

çözüm

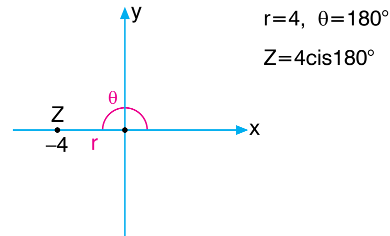
a)



r=5, θ=270°

Z=5cis270°

b)



r=4, θ=180°

Z=4cis180°

soru 1

$Z=\sqrt{2}+\sqrt{2}i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) cos45°+isin45°
B) $\sqrt{2}$(cos45°+isin45°)
C) 2(cos45°+isin45°)
D) $2\sqrt{2}$ (cos45°+isin45°)
E) 4(cos45°+isin45°)

soru 2

$Z=\sqrt{3}+i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) cos30°+isin30°
B) $\sqrt{3}$(cos30°+isin30°)
C) 2(cos30°+isin30°)
D) 2(cos60°+isin60°)
E) $2\sqrt{3}$(cos30°+isin30°)

soru 3

$Z=-1+i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{2}$cis45°
B) 2cis45°
C) $\sqrt{2}$cis120°
D) $\sqrt{2}$cis135°
E) 2cis135°

soru 4

$Z=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2cis\frac{5\pi}{3}$
B) $cis\frac{5\pi}{3}$
C) $2cis\frac{11\pi}{6}$
D) $\sqrt{3}cis\frac{11\pi}{6}$
E) $cis\frac{11\pi}{6}$

soru 5

$Z=-2\sqrt{2}-2\sqrt{2}i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $4cis\frac{5\pi}{4}$
B) $2\sqrt{2}cis\frac{5\pi}{4}$
C) $2cis\frac{5\pi}{4}$
D) $4cis\frac{3\pi}{4}$
E) $2cis\frac{3\pi}{4}$

soru 6

$Z=-\sqrt{6}-\sqrt{2}i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sqrt{3}$cis210°
B) $2\sqrt{2}$cis210°
C) $2\sqrt{2}$cis240°
D) 2cis210°
E) $2\sqrt{2}$cis270°

soru 7

$Z=3i$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3cis0°
B) 3cis30°
C) 3cis60°
D) 3cis90°
E) $\sqrt{3}$cis90°

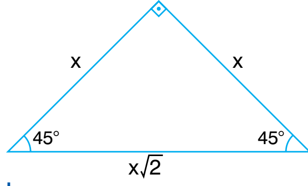
soru 8

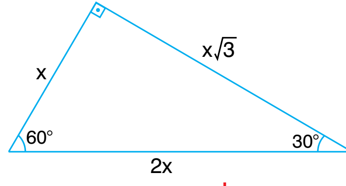
$Z=2$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) cis0°
B) $\sqrt{2}$cis0°
C) 2cis0°
D) $\sqrt{2}$cis180°
E) 2cis180°

1 – C　2 – C　3 – D　4 – E　5 – A　6 – B　7 – D　8 – C





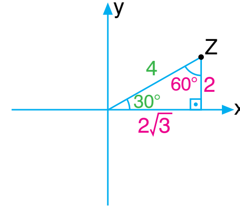
Kutupsal biçimde verilen Z=r.cisθ karmaşık sayısını standart biçimde yazmak için kutupsal koordinatları (r,θ) düzlemde işaretlenir ve yandaki özel üçgenler yardımıyla reel kısım ve imajiner kısmı bulunur.

kavrama sorusu

$Z=4(\cos30°+i\sin30°)$

karmaşık sayısını standart biçimde yazınız.

çözüm



Kutupsal koordinatlar (4,30°)

$Re(Z)=2\sqrt{3}$

$İm(Z)=2$

$Z=2\sqrt{3}+2i$

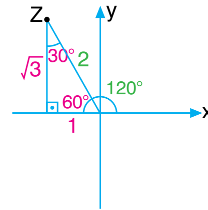
Cevap: $2\sqrt{3}+2i$

kavrama sorusu

$Z=2(\cos120°+i\sin120°)$

karmaşık sayısını standart biçimde yazınız.

çözüm



Kutupsal koordinatlar (2,120°)

$Re(Z)=-1$

$İm(Z)=\sqrt{3}$

$Z=-1+\sqrt{3}i$

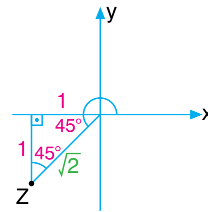
Cevap: $-1+\sqrt{3}i$

kavrama sorusu

$$Z=\sqrt{2}\text{cis}\frac{5\pi}{4}$$

karmaşık sayısını standart biçimde yazınız.

çözüm



$$\frac{5\pi}{4}=\frac{5.180}{4}=5.45=225°$$

Kutupsal koordinatlar $(\sqrt{2},225°)$

$Re(Z)=-1$

$İm(Z)=-1$

$Z=-1-i$

Cevap: $-1-i$

kavrama sorusu

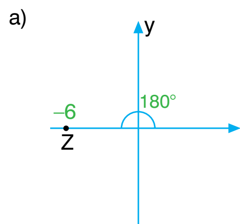
a) $Z=6\text{cis}180°$

b) $Z=\sqrt{3}\text{cis}90°$

karmaşık sayılarını standart biçimde yazınız.

çözüm

a)



Kutupsal koordinatlar (6,180°)

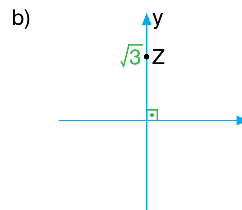
$Re(Z)=-6$

$İm(Z)=0$

$Z=-6$

Cevap: -6

b)



Kutupsal koordinatlar $(\sqrt{3},90°)$

$Re(Z)=0$

$İm(Z)=\sqrt{3}$

$Z=\sqrt{3}i$

Cevap: $\sqrt{3}i$

soru 1

Z=2(cos45°+isin45°)

karmaşık sayısının standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sqrt{2}+\sqrt{2}i$ B) $2+2i$ C) $1+i$ D) $2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$

soru 2

$Z=\cos\frac{\pi}{3}+\sin\frac{\pi}{3}$

karmaşık sayısının standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1+\sqrt{3}i$ B) $\sqrt{3}+i$ C) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ E) $\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}i$

soru 3

$Z=\sqrt{3}(\cos150°+i\sin150°)$

karmaşık sayısının standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i$ B) $-3+\sqrt{3}i$ C) $-\sqrt{3}+3i$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ E) $-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

soru 4

Z=2cis315°

karmaşık sayısının standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1-i$ B) $2-2i$ C) $-\sqrt{2}+\sqrt{2}i$ D) $\sqrt{2}-\sqrt{2}i$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$

soru 5

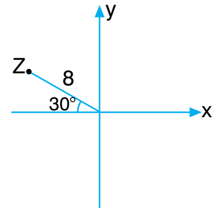
$Z=6\text{cis}\frac{7\pi}{6}$

karmaşık sayısının standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-3-3\sqrt{3}i$ B) $-3\sqrt{3}-3i$ C) $-3\sqrt{3}+3i$ D) $-\sqrt{3}-i$ E) $-3-3\sqrt{3}i$

soru 6

Yandaki şekle göre, Z karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?



A) $-2+2\sqrt{3}i$ B) $-2\sqrt{3}+2i$ C) $-4+4\sqrt{3}i$ D) $-4\sqrt{3}+4i$ E) $-8\sqrt{3}+8i$

soru 7

$Z=\cos\pi+i\sin\pi$

karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) -1 B) $-i$ C) 0 D) i E) 1

soru 8

$Z=\sqrt{2}\text{cis}270°$

karmaşık sayısının eşleniği aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\sqrt{2}i$ B) $-\sqrt{2}$ C) 0 D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{2}i$

1 – A 2 – C 3 – E 4 – D 5 – B 6 – D 7 – A 8 – E

Z=r(cosθ+isinθ) karmaşık sayısının mutlak değeri (modülü) |Z|=r dir.

kavrama sorusu

Aşağıda verilen karmaşık sayıların mutlak değerini bulunuz.

a) $Z_1=3(\cos20°+i\sin20°)$

b) $Z_2=\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{7}+i\sin\frac{3\pi}{7}\right)$

c) $Z_3=\text{cis}305°$

çözüm

Z=r.cisθ karmaşık sayısında |Z|=r dir.

a) $|Z_1|=r_1=3$

b) $|Z_2|=r_2=\sqrt{2}$

c) $|Z_3|=r_3=1$

kavrama sorusu

Aşağıda verilen karmaşık sayıların mutlak değerini bulunuz.

a) $Z_1=\cos25.(\cos72°+i\sin72°)$

b) $Z_2=1+\cos68°+i\sin68°$

$\cos2x=2\cos^2x-1$ ve $\sin2x=2\sin x.\cos x$ olduğunu hatırlayınız.

çözüm

a) $|Z_1|=r_1=\cos25°$

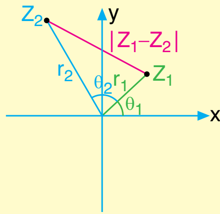
b) Yarım açı formülleri yardımıyla

$\cos68°=2\cos^2 34°-1$

$\sin68°=2\sin34°\cos34°$

$Z \quad \not{1}+2\cos\;34°\not{-1}+i2\sin34°.\cos34°$

$Z_2=2\cos34°(\cos34°+i\sin34°)$ ise $|Z_2|=r_2=2\cos34°$



$Z_1=r_1.\text{cis}\theta_1$ ve $Z_2=r_2.\text{cis}\theta_2$ karmaşık sayıları arasındaki uzaklık $|Z_1-Z_2|$ yi bulmak için Z_1 ve Z_2 nin kutupsal koordinatları (r_1,θ_1) ve (r_2,θ_2) düzlemde işaretlerin oluşan özel üçgende $|Z_1-Z_2|$ bulunur.

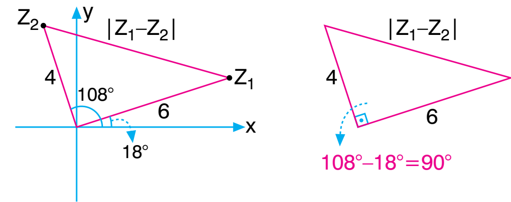
kavrama sorusu

$Z_1=6\text{cis}18°$

$Z_2=4\text{cis}108°$

karmaşık sayıları arasındaki uzaklığı bulunuz.

çözüm



Üçgende pisagor uygularsak

$|Z_1-Z_2|^2=4^2+6^2=52$ ise $|Z_1-Z_2|=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

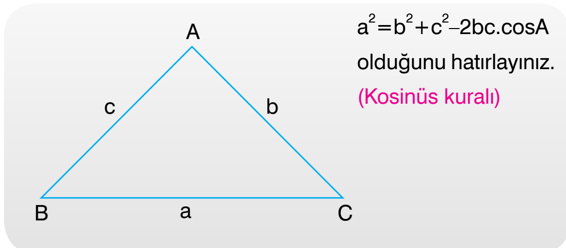
Cevap: $2\sqrt{13}$

kavrama sorusu

$Z_1=10\text{cis}70°$

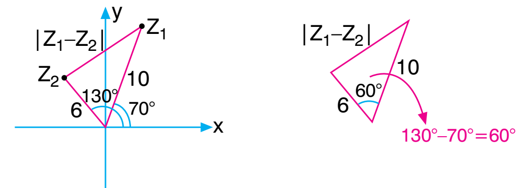
$Z_2=6\text{cis}130°$

karmaşık sayıları arasındaki uzaklığı bulunuz.



$a^2=b^2+c^2-2bc.\cos A$ olduğunu hatırlayınız. (Kosinüs kuralı)

çözüm



Üçgende cos kuralı uygularsak

$|Z_1-Z_2|^2=6^2+10^2-\not{2}.6.10\underbrace{\cos60}_{\frac{1}{\not{2}}}=36+100-60=76$

$|Z_1-Z_2|=\sqrt{76}=2\sqrt{19}$

Cevap: $2\sqrt{19}$

soru 1

$Z=6(\cos 47°+i\sin 47°)$

karmaşık sayısının mutlak değeri kaçtır?

A) $\sqrt{6}$ B) 6 C) cos47 D) sin47 E) 12

soru 2

$Z = 4\text{cis}\dfrac{3\pi}{11}$

karmaşık sayısı veriliyor.

Buna göre, $|Z|+|\overline{Z}|$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

soru 3

$Z=\sin 48°.(\cos 43°+i\sin 43°)$

karmaşık sayısının modülü kaçtır?

A) cos43° B) sin43° C) sin48° D) cos48° E) 1

soru 4

$Z=1+\cos 108°+i\sin 108°$

karmaşık sayısının mutlak değeri kaçtır?

A) 1 B) 2cos18° C) 2sin18° D) 2sin54° E) 2cos54°

soru 5

$Z_1=5\text{cis}20°$

$Z_2=12\text{cis}110°$

Z_1 ve Z_2 karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 13 E) 15

soru 6

$Z_1=8\text{cis}140°$

$Z_2=4\text{cis}230°$

karmaşık sayıları veriliyor.

$|Z_1-Z_2|$ kaçtır?

A) $8\sqrt{5}$ B) $6\sqrt{5}$ C) $5\sqrt{5}$ D) 10 E) $4\sqrt{5}$

soru 7

$Z_1=4\text{cis}42°$

$Z_2=6\text{cis}102°$

karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaçtır?

A) $2\sqrt{7}$ B) 6 C) $\sqrt{39}$ D) $2\sqrt{13}$ E) $4\sqrt{7}$

soru 8

$Z_1=2\text{cis}20°$

$Z_2=6\sqrt{2}\text{cis}155°$

karmaşık sayıları veriliyor.

$|Z_1-Z_2|$ kaçtır?

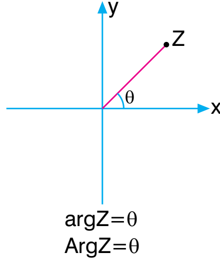
A) $2\sqrt{13}$ B) 8 C) $8\sqrt{2}$ D) 10 E) $10\sqrt{2}$

1 – B 2 – C 3 – C 4 – E 5 – D 6 – E 7 – A 8 – D

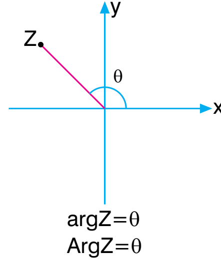
Argüment - Esas Argüment

Kutupsal biçimi $Z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ olan karmaşık sayının θ açısına bu karmaşık sayının argümenti denir ve $\arg Z=\theta$ ile gösterilir. Eğer $0\leq\theta<2\pi$ ise θ açısına bu karmaşık sayının esas argümenti denir ve **ArgZ=θ** ile gösterilir.

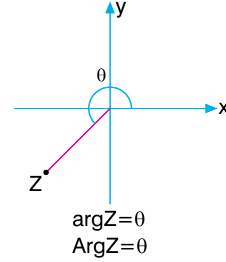
Karmaşık düzlemde verilen bir karmaşık sayının argümenti x ekseniyle pozitif yönde (saat yönüne ters) yaptığı açıdır.



argZ=θ
ArgZ=θ



argZ=θ
ArgZ=θ



argZ=θ
ArgZ=θ

kavrama sorusu

Kutupsal biçimi

$Z=3(\cos200°+i\sin200°)$

olan karmaşık sayının argümentini (argZ) ve esas argümentini (ArgZ) bulunuz.

çözüm

argüment: argZ=200°

esas argüment: ArgZ=200°

kavrama sorusu

Kutupsal biçimi

$Z=4(\cos840°+i\sin840°)$

olan karmaşık sayının argümentini (argZ) ve esas argümentini (ArgZ) bulunuz.

çözüm

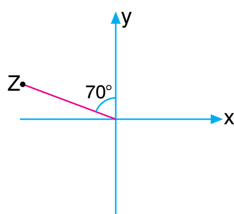
argüment: argZ=840°

esas argüment: 840° nin esas ölçüsünü bulmak gerekir.

840	360
− 720	2
120	

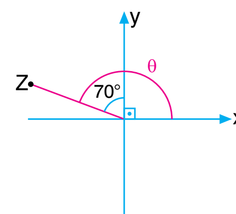
ArgZ=120°

kavrama sorusu



Yandaki şekle göre, Z karmaşık sayısının argümenti ve esas argümenti kaç derecedir, bulunuz.

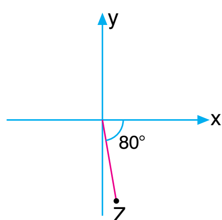
çözüm



argZ=ArgZ=θ=90°+70°=160°

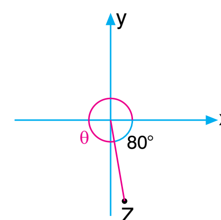
Cevap: 160°

kavrama sorusu



Yandaki şekle göre, Z karmaşık sayısının argümenti ve esas argümenti kaç derecedir, bulunuz.

çözüm



argZ=ArgZ=θ=360°–80°=280°

Cevap: 280°

soru 1

$Z=4(\cos115°+i\sin115°)$

karmaşık sayısının argümenti (argZ) aşağıdakilerden hangisidir?

A) 25° B) 65° C) 105° D) 110° E) 115°

soru 2

$Z=5(\cos220°+i\sin220°)$

karmaşık sayısı veriliyor.

Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) Kutupsal koordinatları (5,220°) dir.
B) $|Z|=5$
C) Argümenti 220° dir.
D) Esas argümenti 220° dir.
E) Karmaşık düzlemde 2. bölgededir.

soru 3

$Z=6(\cos740°+i\sin740°)$

karmaşık sayısının argümenti (argZ) aşağıdakilerden hangisidir?

A) 740° B) 380° C) 340° D) 40° E) 20°

soru 4

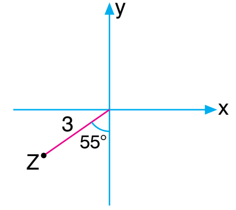
$Z=3(\cos1180°+i\sin1180°)$

karmaşık sayısının esas argümenti (ArgZ) aşağıdakilerden hangisidir?

A) 20° B) 100° C) 200° D) 820° E) 1180°

soru 5

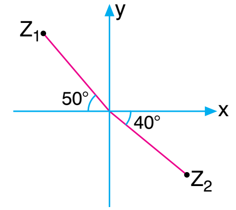
Yandaki şekle göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?



A) $|Z|=3$
B) $ArgZ=215°$
C) $Z=3cis215°$
D) Kutupsal koordinatları (3,215°)
E) $argZ=235°$

soru 6

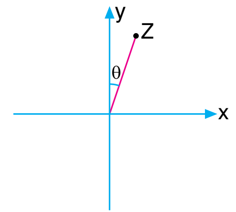
Yandaki şekle göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?



A) $ArgZ_1=140°$, $ArgZ_2=320°$
B) $ArgZ_1=130°$, $ArgZ_2=310°$
C) $ArgZ_1=130°$, $ArgZ_2=320°$
D) $ArgZ_1=110°$, $ArgZ_2=32°$
E) $ArgZ_1=130°$, $ArgZ_2=330°$

soru 7

Yandaki şekle göre, Z karmaşık sayısının argümenti aşağıdakilerden hangisidir?



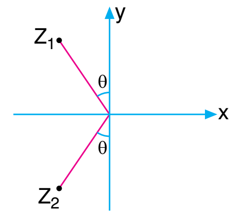
A) θ B) $90°-\theta$ C) $\theta-90°$ D) $90°+\theta$ E) 2θ

soru 8

Yandaki şekle göre,

$\cos(argZ_1+argZ_2)$

kaçtır?



A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

1 – E 2 – E 3 – A 4 – B 5 – E 6 – C 7 – B 8 – E

Kutupsal biçimi $Z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ olan karmaşık sayıda kosinüs veya sinüsün işaretleri farklı verilirse ifade kutupsal biçime aşağıdaki tablodaki gibi çevrilir. θ dar açı olmak üzere,

Z	Z nin düzlemde bulunduğu bölge	Argüment(argZ)	Z nin kutupsal biçimi
$Z=r(-\cos\theta+i\sin\theta)$	(–,+) 2. bölge	$180°-\theta$	$Z=r.cis(180°-\theta)$
$Z=r(-\cos\theta-i\sin\theta)$	(–,–) 3. bölge	$180°+\theta$	$Z=r.cis(180°+\theta)$
$Z=r(\cos\theta-i\sin\theta)$	(+,–) 4. bölge	$360°-\theta$	$Z=r.cis(360°-\theta)$

θ dar açı değilse trigonometri yardımıyla verilen açı dar açı türünden ifade edilir. Sonra yukarıdaki tabloya göre kutupsal biçime çevrilir.

Eğer cosinüs veya sinüs yer değiştirmişse $\cos\theta$ yerine $\sin(90°-\theta)$, $\sin\theta$ yerine $\cos(90°-\theta)$ yazılıp yukarıdaki tabloya göre kutupsal biçime çevrilir.

kavrama sorusu

Aşağıda verilen karmaşık sayıların argümentlerini ve kutupsal biçimlerini bulunuz.

a) $Z=3(-\cos70°+i\sin70°)$

b) $Z=2(-\cos20°-i\sin20°)$

c) $Z=4(\cos35°-i\sin35°)$

çözüm

a) (–,+) 2. bölge

$argZ=180°-70°=110°$

$Z=3cis110°$

b) (–,–) 3. bölge

$argZ=180°+20°=200°$

$Z=2cis200°$

c) (+,–) 4. bölge

$argZ=360°-35°=325°$

$Z=4cis325°$

kavrama sorusu

$Z=2(-\cos160°-i\sin160°)$

karmaşık sayısının argümentini ve kutupsal biçimini bulunuz.

çözüm

$\cos160°=-\cos20°$, $\sin160°=\sin20°$

$Z=2(\cos20°-i\sin20°)$

(+,–) 4. bölge

$argZ=360°-20°=340°$

$Z=2cis340°$

kavrama sorusu

$Z=5(-\sin43°-i\cos43°)$

karmaşık sayısının argümentini ve kutupsal biçimini bulunuz.

çözüm

$\sin43°=\cos47°$, $\cos43°=\sin47°$

$Z=5(-\cos47°-i\sin47°)$

(–,–) 3. bölge

$argZ=180°+47°=227°$

$Z=5cis227°$

kavrama sorusu

$Z=1-i.\tan\alpha$ (α dar açı)

karmaşık sayısının argümentini ve kutupsal biçimini bulunuz.

$\left(\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)$ olduğunu hatırlayınız.

çözüm

$$Z=1-i\tan\alpha=1-i.\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\cos\alpha-i\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$Z=\frac{1}{\cos\alpha}(\cos\alpha-i\sin\alpha)$$

(+,–) 4. bölge

$argZ=360°-\alpha$

$$Z=\frac{1}{\cos\alpha}.cis(360°-\alpha)$$

soru 1

Z=4.(–cos15°+isin15°)

karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4cis15° B) 4cis105° C) 4cis115° D) 4cis165° E) 4cis195°

soru 2

$$Z = 2\left(-\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2cis\pi$ B) $2cis\frac{7\pi}{4}$ C) $2cis\frac{5\pi}{4}$ D) $2cis\frac{3\pi}{4}$ E) $2cis\frac{\pi}{4}$

soru 3

Z=–2(cos55°+isin55°)

karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

A) 35° B) 55° C) 125° D) 215° E) 235°

soru 4

Z=$\sqrt{2}$(cos36°–isin36°)

karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

A) 36° B) 216° C) 234° D) 306° E) 324°

soru 5

$$Z = -\cos\frac{\pi}{5} - i\sin\frac{\pi}{5}$$

olduğuna göre, **Arg(–Z) kaç radyandır?**

A) $\frac{\pi}{5}$ B) $\frac{7\pi}{10}$ C) $\frac{4\pi}{5}$ D) $\frac{6\pi}{5}$ E) $\frac{9\pi}{5}$

soru 6

Z=2(–cos230°+isin230°)

karmaşık sayısı veriliyor.

Arg$\overline{Z}$ kaç derecedir?

A) 40° B) 50° C) 130° D) 230° E) 310°

soru 7

Z=–sin40°+icos40°

karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) cis40° B) cis50° C) cis110° D) cis130° E) cis220°

soru 8

α dar açı olmak üzere,

Z=1+icotα

karmaşık sayısı veriliyor.

Aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>? $\left(\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)$

A) $|Z| = \frac{1}{\sin\alpha}$

B) $ArgZ = 90° - \alpha$

C) $Z = \frac{1}{\sin\alpha}.cis(90° - \alpha)$

D) $|\overline{Z}| = \frac{1}{\sin\alpha}$

E) $Arg\overline{Z} = 360° - \alpha$

1 – D 2 – C 3 – E 4 – E 5 – A 6 – B 7 – D 8 – E

Esas Argüment

Standart biçimde verilen Z=x+yi karmaşık sayısının esas argümentini (ArgZ=θ) bulmak için,

1. adım: $\tan\theta = \frac{y}{x}$ bulunur.

2. adım: Z=x+yi karmaşık sayısının karmaşık düzlemde kaçıncı bölgede olduğu belirlenir ve bölgeye göre ArgZ=θ yazılır.

kavrama sorusu

$Z=2-2\sqrt{3}i$

karmaşık sayısının esas argümentini (ArgZ) bulunuz.

$\tan 60° = \sqrt{3}$ olduğunu hatırlayınız.

çözüm

1. adım: $\tan\theta = \frac{-2\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3}$

2. adım: $Z=2-2\sqrt{3}i$ karmaşık sayısı karmaşık düzlemde 4. bölgededir.

Buna göre, ArgZ=360°–60°=300°

Cevap: 300°

kavrama sorusu

$Z=-\sqrt{3}-i$

karmaşık sayısı veriliyor.

(ArgZ) nin eşitini bulunuz.

$\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$ olduğunu hatırlayınız.

çözüm

1. adım: $\tan\theta = \frac{-1}{-\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

2. adım: $Z=-\sqrt{3}-i$ karmaşık sayısı karmaşık düzlemde 3. bölgededir.

Buna göre, ArgZ=180°+30°=210°

Cevap: 210°

kavrama sorusu

Z=3–2i

karmaşık sayısının esas argümenti θ olduğuna göre, **tanθ kaçtır?**

çözüm

ArgZ=θ, Z=x+yi ise $\tan\theta = \frac{y}{x}$ olduğundan $\tan\theta = \frac{y}{x} = -\frac{2}{3}$ bulunur.

Cevap: $-\frac{2}{3}$

kavrama sorusu

Z=x+yi olmak üzere,

$$\text{Arg}(Z+i) = \frac{3\pi}{4}$$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarının görüntülerini karmaşık düzlemde gösteriniz.

çözüm

$\text{Arg}(Z+i) = \frac{3\pi}{4}$ ise $\text{Arg}(x+yi+i) = \frac{3\pi}{4}$

1. adım

$\tan\frac{3\pi}{4} = \frac{y+1}{x}$

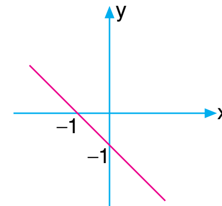
$-1 = \frac{y+1}{x}$

–x=y+1

0=x+y+1

x=0 için y=–1

y=0 için x=–1



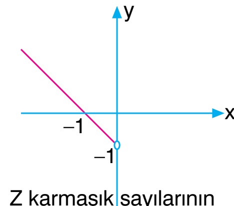
2.adım

$\frac{3\pi}{4}$ 2.bölgede

olduğu için

x<0 ve y+1>0

x<0 ve y>–1



Z karmaşık sayılarının görüntüsü

soru 1

Z=–2+2i

karmaşık sayısının esas argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{3\pi}{4}$ C) $\frac{5\pi}{4}$ D) $\frac{7\pi}{4}$ E) $\frac{11\pi}{6}$

soru 2

$Z=-\sqrt{6}-\sqrt{2}i$

karmaşık sayısının esas argümenti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{2\pi}{3}$ C) $\frac{5\pi}{6}$ D) $\frac{7\pi}{6}$ E) $\frac{4\pi}{3}$

soru 3

$Z=2\sqrt{2}-2\sqrt{2}i$

karmaşık sayısı veriliyor.

ArgZ nin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{3\pi}{4}$ C) $\frac{5\pi}{4}$ D) $\frac{7\pi}{4}$ E) $\frac{11\pi}{6}$

soru 4

$Z_1=2-3i$

$Z_2=-3+2i$

karmaşık sayıları veriliyor.

$Arg(Z_1+Z_2)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{3\pi}{4}$ C) $\frac{5\pi}{4}$ D) $\frac{7\pi}{4}$ E) $\frac{11\pi}{6}$

soru 5

Z=4–5i

karmaşık sayısının esas argümenti θ olduğuna göre, **tanθ kaçtır?**

A) $-\frac{5}{4}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) –1 D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{4}$

soru 6

Z=–3+4i

karmaşık sayısının esas argümenti θ olduğuna göre, **sinθ kaçtır?**

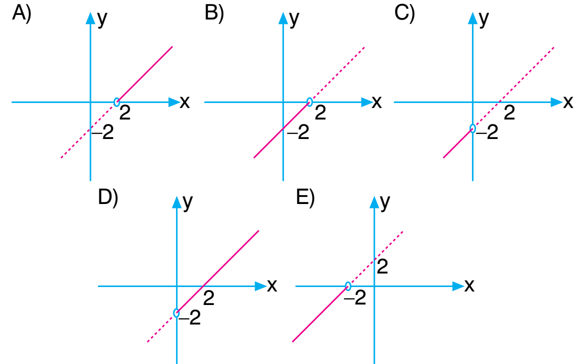
A) $-\frac{4}{5}$ B) $-\frac{3}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

soru 7

Z=x+yi olmak üzere,

$$Arg(Z-2)=\frac{5\pi}{4}$$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarının görüntüsü aşağıdakilerden hangisidir?



soru 8

$$Arg(Z+i)=\frac{\pi}{4}$$

$$Arg(Z-i)=\frac{7\pi}{4}$$

eşitliklerini sağlayan Z karmaşık sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

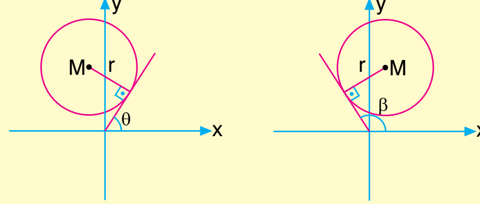
A) 2+i B) 1+i C) 1 D) –1 E) –1–i

KARTEZYEN EĞİTİM YAYINLARI

1 – B 2 – D 3 – D 4 – C 5 – A 6 – E 7 – B 8 – C

Z=x+yi olmak üzere, |Z–(a+bi)|=r şartını sağlayan Z karmaşık sayılarının görüntüsü merkezi M(a,b) ve yarıçapı r olan çember olduğunu öğrenmiştik.

Buna göre, Z karmaşık sayılarından esas argümenti; en küçük olan ArgZ=θ, en büyük olan ArgZ=β dır.



kavrama sorusu

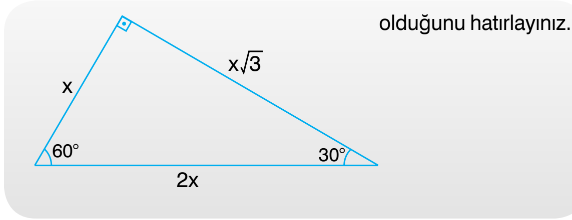
Z=x+yi olmak üzere,

|Z–4i|=2

şartını sağlayan Z karmaşık sayılarından esas argümenti

a) en küçük olan kaç derecedir?

b) en büyük olan kaç derecedir?



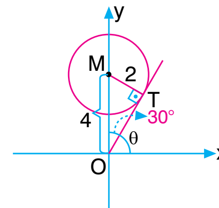
olduğunu hatırlayınız.

çözüm

|Z–4i|=2

Merkezi M(0,4), yarıçap r=2 olan çemberdir.

a)

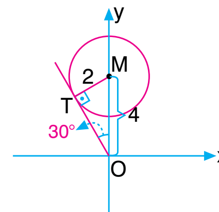


[MT]⊥[OT]

en küçük olan θ=90°–30°=60°

Cevap: 60°

b)



[MT]⊥[OT]

en büyük olan θ=90°+30°=120°

Cevap: 120°

kavrama sorusu

Z=x+yi olmak üzere,

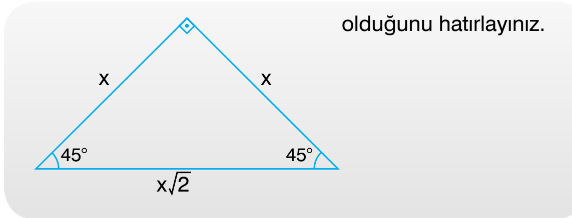
|Z+6|=3$\sqrt{2}$

şartını sağlayan Z karmaşık sayılarından esas argümenti

a) en küçük olan kaç derecedir?

b) en büyük olan kaç derecedir?

c) en büyük olanı kutupsal biçimde yazınız.



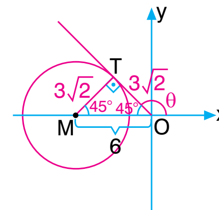
olduğunu hatırlayınız.

çözüm

|Z+6|=3$\sqrt{2}$

M(–6,0), r=3$\sqrt{2}$ olan çemberdir.

a)

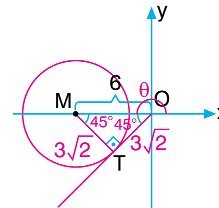


[MT]⊥[OT]

en küçük olan θ=180°–45°=135°

Cevap: 135°

b)



[MT]⊥[OT]

en büyük olan θ=180°+45°=225°

Cevap: 225°

c) r=3$\sqrt{2}$ ve θ=225° olduğundan Z=3$\sqrt{2}$cis225°

Cevap: Z=3$\sqrt{2}$cis225°

soru 1

Z=x+yi olmak üzere,

$|Z-6i|=3$

şartını sağlayan Z karmaşık sayılarından esas argümenti en küçük olan kaç derecedir?

A) 30° B) 60° C) 120° D) 150° E) 210°

soru 2

Z=x+yi olmak üzere,

$|Z-8i|=4$

şartını sağlayan Z karmaşık sayılarından esas argümenti en büyük olan kaç derecedir?

A) 60° B) 120° C) 150° D) 210° E) 240°

soru 3

Z=x+yi olmak üzere,

$|Z+4i|=2$

şartını sağlayan Z karmaşık sayılarından esas argümenti en küçük olan kaç derecedir?

A) 120° B) 150° C) 210° D) 240° E) 300°

soru 4

Z=x+yi olmak üzere,

$|Z+2i|=\sqrt{3}$

şartını sağlayan Z karmaşık sayılarından esas argümenti en büyük olan kaç derecedir?

A) 150° B) 210° C) 240° D) 300° E) 330°

soru 5

Z=x+yi olmak üzere,

$|Z+4|=2\sqrt{2}$

şartını sağlayan Z karmaşık sayılarından esas argümenti en küçük olan kaç derecedir?

A) 45° B) 60° C) 135° D) 225° E) 240°

soru 6

Z=x+yi olmak üzere,

$|Z+2|=\sqrt{2}$

şartını sağlayan Z karmaşık sayılarından esas argümenti en büyük olan kaç derecedir?

A) 45° B) 135° C) 150° D) 225° E) 315°

soru 7

Z=x+yi olmak üzere,

$|Z-12i|=6$

şartını sağlayan esas argümenti en büyük olan karmaşık sayının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6cis60° B) $6\sqrt{3}$cis60° C) 6cis120° D) $6\sqrt{3}$cis120° E) 12cis120°

soru 8

Z=x+yi olmak üzere,

$|Z+8|=4\sqrt{2}$

şartını sağlayan esas argümenti en küçük olan karmaşık sayının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4cis135° B) $4\sqrt{2}$cis135° C) 8cis135° D) $8\sqrt{2}$cis135° E) $4\sqrt{2}$cis225°

1 – B 2 – B 3 – D 4 – E 5 – C 6 – D 7 – D 8 – B

Kutupsal Biçimdeki Karmaşık Sayılarda Toplama-Çıkarma

Kutupsal biçimdeki karmaşık sayılarda toplama veya çıkarma işlemi yaparken verilen karmaşık sayılar standart biçimde yazılarak toplama veya çıkarma işlemi yapılabilir.

kavrama sorusu

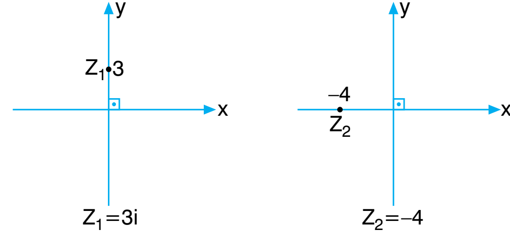
$Z_1=3cis90°$

$Z_2=4cis180°$

olduğuna göre, **Z_1+Z_2 toplamını bulunuz.**

çözüm

Z_1 ve Z_2 yi standart biçimde yazalım.



$Z_1=3i$ ve $Z_2=-4$ olduğundan $Z_1+Z_2=3i-4$ bulunur.

Cevap: 3i–4

kavrama sorusu

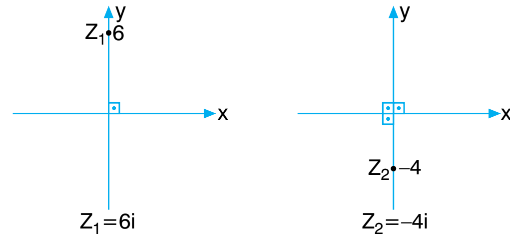
$Z_1=6cis90°$

$Z_2=4cis270°$

olduğuna göre, **Z_1-Z_2 ifadesinin eşitini bulunuz.**

çözüm

Z_1 ve Z_2 yi standart biçimde yazalım.



$Z_1=6i$ ve $Z_2=-4i$ olduğundan $Z_1-Z_2=6i-(-4i)=10i$ bulunur.

Cevap: 10i

kavrama sorusu

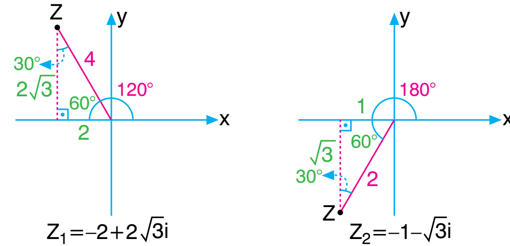
$Z_1=4cis120°$

$Z_2=2cis240°$

olduğuna göre, **Z_1+Z_2 toplamını bulunuz.**

çözüm

Z_1 ve Z_2 yi standart biçimde yazalım.



$Z_1=-2+2\sqrt{3}i$ ve $Z_2=-1-\sqrt{3}i$ olduğundan

$Z_1+Z_2=(-2+2\sqrt{3}i)+(-1-\sqrt{3}i)=-3+\sqrt{3}i$ bulunur.

Cevap: $-3+\sqrt{3}i$

soru 1

$Z_1=2cis90°$

$Z_2=3cis180°$

olduğuna göre, **Z_1+Z_2 toplamı kaçtır?**

A) –3–2i B) 2–3i C) 3+2i D) –2+2i E) –3+2i

soru 2

$Z_1=4cis270°$

$Z_2=5cis180°$

olduğuna göre, **$Z_1–Z_2$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 5–4i B) –5–4i C) –5+4i D) 5+4i E) 4–5i

soru 3

$Z_1=8cis0°$

$Z_2=12cis180°$

olduğuna göre, **$3Z_1+2Z_2$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –12 B) –8 C) 0 D) 12 E) 24

soru 4

$Z_1=6cis90°$

$Z_2=2cis270°$

olduğuna göre, **$|Z_1+Z_2|$ ifadesinin eşiti kaçtır?**

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

soru 5

$Z_1=4cis150°$

$Z_2=8cis210°$

olduğuna göre, **Z_1+Z_2 toplamı kaçtır?**

A) $2\sqrt{3}+6i$ B) $-2\sqrt{3}-2i$ C) $-6\sqrt{3}-3i$ D) $-6\sqrt{3}-2i$ E) $-6\sqrt{3}+2i$

soru 6

$Z_1 = cis\frac{\pi}{3}$

$Z_2 = cis\frac{2\pi}{3}$

olduğuna göre, **$\overline{Z_1}–Z_2$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\sqrt{3}-i$ B) 1 C) 0 D) $-1-\sqrt{3}i$ E) $1-\sqrt{3}i$

soru 7

$Z_1 = \sqrt{2}cis\frac{5\pi}{4}$

$Z_2=cis\pi$

olduğuna göre, **$Z_1–Z_2$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –1 B) –i C) –1–2i D) i–1 E) 2i

soru 8

$Z_1 = 2\sqrt{3}cis\frac{7\pi}{4}$

$Z_2 = 2\sqrt{3}cis\frac{5\pi}{4}$

olduğuna göre, **Z_1+Z_2 toplamı kaçtır?**

A) $-2\sqrt{6}i$ B) $-\sqrt{6}i$ C) 0 D) $\sqrt{6}i$ E) $2\sqrt{6}i$

1 – E 2 – A 3 – C 4 – B 5 – D 6 – E 7 – B 8 – A

Kutupsal Biçimdeki Karmaşık Sayılarda Çarpma

$Z_1=r_1.(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)$ ve $Z_2=r_2.(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)$ karmaşık sayıları veriliyor. Z_1 ve Z_2 çarpılırken bu karmaşık sayıların mutlak değerleri çarpılır, argümentleri toplanır. $Z_1.Z_2=r_1.r_2(\cos(\theta_1+\theta_2)+i\sin(\theta_1+\theta_2))=r_1r_2.cis(\theta_1+\theta_2)$

kavrama sorusu

$Z_1=4cis40°$

$Z_2=2cis100°$

olduğuna göre, **$Z_1.Z_2$ karmaşık sayısını bulunuz.**

çözüm

$Z_1.Z_2=r_1.r_2.cis(\theta_1+\theta_2)$ bağıntısından

$r_1=4,\ r_2=2,\ \theta_1=40°,\ \theta_2=100°$

$r_1.r_2=4.2=8,\ \theta_1+\theta_2=140°$

$Z_1.Z_2=8cis140°$ bulunur.

Cevap: 8cis140°

kavrama sorusu

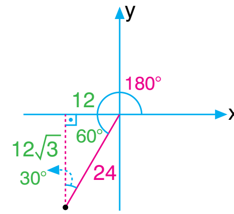
$Z_1=6cis70°$

$Z_2=4cis170°$

olduğuna göre, **$Z_1.Z_2$ çarpımını standart biçimde yazınız.**

çözüm

$Z_1.Z_2=r_1.r_2.cis(\theta_1+\theta_2)$ bağıntısından



$r_1=6,\ r_2=4,\ \theta_1=70°,\ \theta_2=170°$

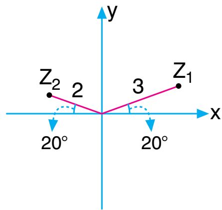
$r_1r_2=6.4=24,\ \theta_1+\theta_2=240°$

$Z_1Z_2=24cis240°$ ise

$Z_1.Z_2=-12-12\sqrt{3}i$ bulunur.

Cevap: $-12-12\sqrt{3}i$

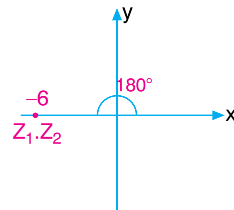
kavrama sorusu



$Z_1.Z_2$ çarpımının eşitini bulunuz.

çözüm

$Z_1.Z_2=r_1.r_2.cis(\theta_1+\theta_2)$ bağıntısından



$Z_1=3cis20°,\quad Z_2=2cis160°$

$r_1=3,\ r_2=2,\quad \theta_1=20°,\ \theta_2=160°$

$r_1.r_2=6,\quad \theta_1+\theta_2=180°$

$Z_1.Z_2=6cis180°$

$Z_1.Z_2=-6$ bulunur.

Cevap: –6

kavrama sorusu

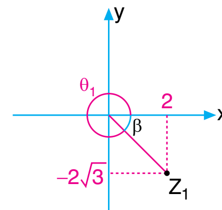
$Z_1=2-2\sqrt{3}i$

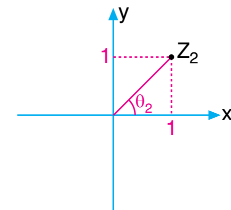
$Z_2=1+i$

olduğuna göre, **$Z_1.Z_2$ ifadesini kutupsal biçimde yazınız.**

çözüm

Z_1 ve Z_2 yi kutupsal yazalım.





$r_1=\sqrt{2^2+(-2\sqrt{3})^2}=4$ $\qquad r_2=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

$\tan\beta=\frac{2\sqrt{3}}{2}$ ise $\beta=60°$ $\qquad \tan\theta_2=\frac{1}{1}=1$

$\theta_1=360°-60°=300°$ $\qquad \theta_2=45°$

$Z_1=4cis300°$ ve $Z_2=\sqrt{2}cis45°$ olduğundan

$Z_1.Z_2=4\sqrt{2}cis(300°+45°)=4\sqrt{2}cis345°$ bulunur.

Cevap: $4\sqrt{2}cis345°$

soru 1

$Z_1 = 2cis53°$

$Z_2 = 3cis117°$

olduğuna göre, **$Z_1.Z_2$ çarpımının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 6cis64° B) 6cis130° C) 6cis140° D) 6cis160° E) 6cis170°

soru 2

$Z_1 = cis\frac{\pi}{5}$

$Z_2 = 4cis\frac{7\pi}{5}$

olduğuna göre, **$Z_1.Z_2$ çarpımının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $4cis\frac{8\pi}{5}$ B) $4cis\frac{6\pi}{5}$ C) $4cis\pi$ D) $2cis\frac{8\pi}{5}$ E) $cis\frac{8\pi}{5}$

soru 3

$Z_1 = 2cis33°$

$Z_2 = 3cis87°$

olduğuna göre, **$Z_1.Z_2$ çarpımının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-1+\sqrt{3}i$ B) $-\sqrt{3}+i$ C) $-3\sqrt{3}+3i$ D) $-3+3\sqrt{3}i$ E) $-6+6\sqrt{3}i$

soru 4

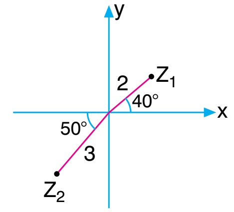
$Z_1 = cis\frac{\pi}{7}$, $Z_2 = cis\frac{2\pi}{7}$ ve $Z_3 = cis\frac{4\pi}{7}$

olduğuna göre, **$Z_1.Z_2.Z_3$ çarpımının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –i B) –1 C) 1 D) i E) –1+i

soru 5

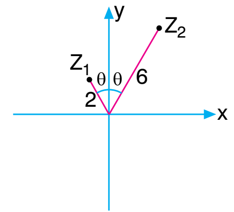
Yandaki şekle göre, $Z_1.Z_2$ çarpımının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?



A) –12i B) –6 C) –6i D) 6 E) 6i

soru 6

Yandaki şekle göre, $Z_1.Z_2$ çarpımının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?



A) –12 B) 12cisθ C) 12cis(90°+θ) D) –12i E) 12

soru 7

$Z_1 = \sqrt{3}+i$

$Z_2 = -\sqrt{2}+\sqrt{2}i$

olduğuna göre, **$Z_1.Z_2$ çarpımının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) cis165° B) 2cis165° C) 4cis165° D) 4cis195° E) 4cis265°

soru 8

$Z_1 = -\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ve $Z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$

olduğuna göre, **$Z_1.Z_2$ çarpımının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) cis145° B) cis155° C) cis165° D) cis195° E) cis205°

1 – E 2 – A 3 – D 4 – B 5 – C 6 – A 7 – C 8 – D

Kutupsal Biçimdeki Karmaşık Sayılarda Bölme

$Z_1=r_1.(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)$ ve $Z_2=r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)$ karmaşık sayılar veriliyor. Kutupsal biçimdeki iki karmaşık sayı bölünürken bu karmaşık sayıların mutlak değerleri bölünür, argümentleri çıkarılır.

$$\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1-\theta_2)+i\sin(\theta_1-\theta_2)]=\frac{r_1}{r_2}\text{cis}(\theta_1-\theta_2)$$

kavrama sorusu

$Z_1=6\text{cis}170°$, $Z_2=3\text{cis}20°$ ve $Z_3=12\text{cis}100°$

olduğuna göre,

a) $\frac{Z_1}{Z_2}$

b) $\frac{Z_3}{Z_2}$

c) $\frac{Z_1.Z_2}{Z_3}$

ifadelerini kutupsal biçimde yazınız.

çözüm

$\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{r_1}{r_2}\text{cis}(\theta_1-\theta_2)$ bağıntısından

a) $\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{6}{3}\text{cis}(170°-20°)=2\text{cis}150°$

b) $\frac{Z_3}{Z_2}=\frac{12}{3}\text{cis}(100°-20°)=4\text{cis}80°$

c) $Z_1.Z_2=6.3.\text{cis}(170°+20°)=18\text{cis}190°$

$\frac{Z_1.Z_2}{Z_3}=\frac{18}{12}\text{cis}(190°-100°)=\frac{3}{2}\text{cis}90°$

kavrama sorusu

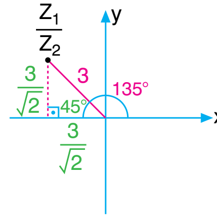
$Z_1=9\text{cis}160°$

$Z_2=3\text{cis}25°$

olduğuna göre, $\frac{Z_1}{Z_2}$ **karmaşık sayısını standart biçimde yazınız.**

çözüm

$\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{r_1}{r_2}\text{cis}(\theta_1-\theta_2)$ bağıntısından

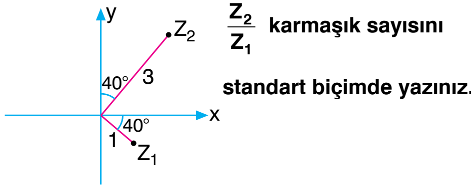


$\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{9}{3}\text{cis}(160°-25°)=3\text{cis}135°$

$\frac{Z_1}{Z_2}=-\frac{3}{\sqrt{2}}+\frac{3}{\sqrt{2}}i=\frac{-3\sqrt{2}}{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}i$

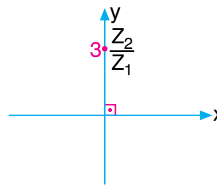
Cevap: $\frac{-3\sqrt{2}}{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}i$

kavrama sorusu



$\frac{Z_2}{Z_1}$ **karmaşık sayısını standart biçimde yazınız.**

çözüm



$Z_2=3\text{cis}50°$, $Z_1=\text{cis}320°$

$\frac{Z_2}{Z_1}=\frac{3}{1}.\text{cis}(50°-320°)=3\text{cis}(-270°)$

$\frac{Z_2}{Z_1}=3\text{cis}(-270°+360°)=3\text{cis}90°=3i$

Cevap: 3i

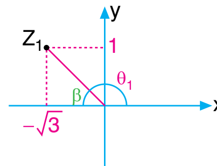
kavrama sorusu

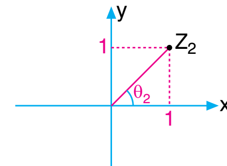
$$Z=\frac{-\sqrt{3}+i}{1+i}$$

karmaşık sayısını kutupsal biçimde yazınız?

çözüm

$Z_1=-\sqrt{3}+i$ ve $Z_2=1+i$ olsun.





$r_1=\sqrt{(-\sqrt{3})^2+1^2}=2$ ve $\tan\beta=\frac{1}{\sqrt{3}}=30°$

$r_2=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ ve $\tan\theta_2=\frac{1}{1}=1$

$\theta_1=180-30=150°$ ise $Z_1=2\text{cis}150°$, $\theta_2=45°$ ise $Z_2=\sqrt{2}\text{cis}45°$

$Z=\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{2}{\sqrt{2}}\text{cis}(150°-45°)=\sqrt{2}\text{cis}105°$

Cevap: $\sqrt{2}\text{cis}105°$

soru 1

$Z_1 = 2cis80°$

$Z_2 = 6cis175°$

olduğuna göre, $\frac{Z_2}{Z_1}$ **ifadesinin kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 3cis95° B) cis95° C) $\frac{1}{3}$ cis95° D) 3cis85° E) 3cis75°

soru 2

$$Z = \frac{(3cis42°).(2cis54°)}{cis46°}$$

olduğuna göre, **Z karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 2cis50° B) 3cis40° C) 3cis50° D) 6cis40° E) 6cis50°

soru 3

$Z_1 = 8cis72°$

$Z_2 = 2cis12°$

olduğuna göre, $\frac{Z_1}{Z_2}$ **nin standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $4\sqrt{3}+4i$ B) $4+4\sqrt{3}i$ C) $2\sqrt{3}+2i$ D) $2+2\sqrt{3}i$ E) $1+\sqrt{3}i$

soru 4

$$Z = \frac{(\cos 27° + i\sin 27°).(\cos 50° + i\sin 50°)}{\cos 287° + i\sin 287°}$$

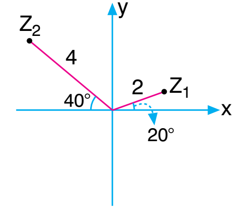
olduğuna göre, **Z nin standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ B) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

soru 5

Yandaki şekle göre,

$\frac{Z_2}{Z_1}$ **karmaşık sayısının standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

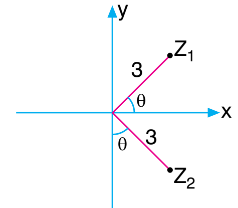


A) $-\sqrt{3}+i$ B) $-1+\sqrt{3}i$ C) $-2\sqrt{3}+2i$ D) $-2+2\sqrt{3}i$ E) $-1-\sqrt{3}i$

soru 6

Yandaki şekle göre,

$\frac{Z_2}{Z_1}$ **karmaşık sayısının standart biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**



A) –i B) –1 C) 1 D) i E) 1–i

soru 7

$$Z = \frac{3-3i}{1+\sqrt{3}i}$$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{2}$cis255° B) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$cis255° C) $3\sqrt{2}$cis255° D) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$cis265° E) $3\sqrt{2}$cis265°

soru 8

$$Z = \frac{i}{(\cos 75° + i\sin 75°)}$$

karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) cis5° B) cis10° C) cis15° D) cis25° E) cis35°

1 – A 2 – E 3 – D 4 – C 5 – B 6 – A 7 – B 8 – C

$Z_1=r_1cis\theta_1$ ve $Z_2=r_2cis\theta_2$ ise $Z_1.Z_2=r_1.r_2.cis(\theta_1+\theta_2)$ olduğunu öğrendik. $Z_1.Z_2$ karmaşık sayısının argümenti

$$arg(Z_1.Z_2)=\theta_1+\theta_2=argZ_1+argZ_2 \qquad (argZ_1=\theta_1 \text{ ve } argZ_2=\theta_2)$$

formülüyle bulunur.

kavrama sorusu

$Z_1=4cis65°$

$Z_2=3cis125°$

ise $arg(Z_1.Z_2)$ kaç derecedir?

çözüm

$argZ_1=65°$, $argZ_2=125°$

$arg(Z_1.Z_2)=argZ_1+argZ_2$

$=65°+125°=190°$

Cevap: 190°

kavrama sorusu

$Z_1=cis70°$

$Z_2=cis215°$

$Z_3=4cis185°$

ise $Arg(Z_1.Z_2.Z_3)$ kaç derecedir?

çözüm

$ArgZ_1=70°$, $ArgZ_2=215°$, $ArgZ_3=185°$

$Arg(Z_1.Z_2.Z_3)=ArgZ_1+ArgZ_2+ArgZ_3$

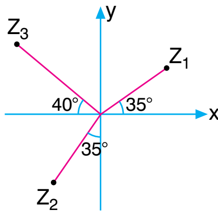
$=70°+215°+185°=470°$

470	360
– 360	1
110	

470° nin esas ölçüsü $Arg(Z_1.Z_2.Z_3)=110°$

Cevap: 110°

kavrama sorusu



Yandaki şekle göre, $Z_1.Z_2.Z_3$ çarpımının esas argümenti kaç derecedir?

çözüm

$ArgZ_1=35°$, $ArgZ_2=270°–35°=235°$, $ArgZ_3=180°–40°=140°$

$Arg(Z_1.Z_2.Z_3)=ArgZ_1+ArgZ_2+ArgZ_3$

$=35°+235°+140°=410°$

410	360
– 360	1
50	

410° nin esas ölçüsü $Arg(Z_1.Z_2.Z_3)=50°$

Cevap: 50°

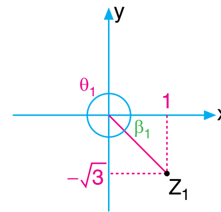
kavrama sorusu

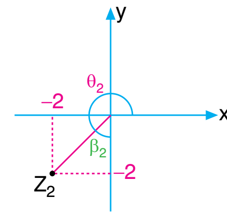
$Z=(1–\sqrt{3}i).(–2–2i)$

ise Z karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

çözüm

$Z_1=1–\sqrt{3}i$ ve $Z_1=–2–2i$ olsun.





$\tan\beta_1=\frac{\sqrt{3}}{1}=\sqrt{3}$ $\qquad$ $\tan\beta_2=\frac{2}{2}=1$

$\beta_1=60°$ $\qquad$ $\beta_2=45°$

$\theta_1=360°–60°=300°$ $\qquad$ $\theta_2=270°–45°=225°$

$ArgZ=Arg(Z_1.Z_2)=ArgZ_1+ArgZ_2=300°+225°=525°$

$ArgZ=525°–360°=165°$

Cevap: 165°

soru 1

$Z_1 = 6cis27°$

$Z_2 = 4cis83°$

olduğuna göre, **arg($Z_1.Z_2$) kaç derecedir?**

A) 100° B) 110° C) 120° D) 130° E) 140°

soru 2

$Z_1 = cis47°.cis63°$

$Z_2 = cis53°.cis87°$

olduğuna göre, **arg($Z_1.Z_2$) kaç derecedir?**

A) 220° B) 230° C) 240° D) 250° E) 260°

soru 3

$Z_1 = 3cis78°$

$Z_2 = 2cis128°$

$Z_3 = cis254°$

olduğuna göre, **Arg($Z_1.Z_2.Z_3$) kaç derecedir?**

A) 80° B) 90° C) 100° D) 110° E) 120°

soru 4

$Arg(Z_1.Z_2) = 100°$

$Arg(Z_1.Z_3) = 110°$

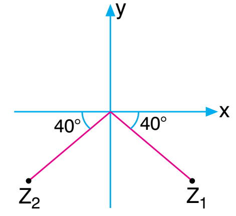
$Arg(Z_2.Z_3) = 130°$

olduğuna göre, **Arg($Z_1.Z_2.Z_3$) kaç derecedir?**

A) 150° B) 160° C) 170° D) 180° E) 190°

soru 5

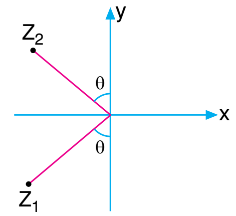
Yandaki şekle göre, $Z_1.Z_2$ çarpımının esas argümenti kaç derecedir?



A) 150° B) 160° C) 170° D) 180° E) 190°

soru 6

Yandaki şekle göre, cos(Arg($Z_1.Z_2$)) kaçtır?



A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) -1

soru 7

$Z = (-2\sqrt{3}+2i).(\sqrt{2}-\sqrt{2}i)$

olduğuna göre, **Z karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?**

A) 105° B) 100° C) 95° D) 85° E) 75°

soru 8

$Z = (4-4i).(2+2i).3i$

olduğuna göre, **ArgZ kaç derecedir?**

A) 45° B) 90° C) 135° D) 180° E) 270°

1 – B 2 – D 3 – C 4 – C 5 – D 6 – A 7 – A 8 – B

$Z_1=r_1cis\theta_1$ ve $Z_2=r_2cis\theta_2$ ise $\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{r_1}{r_2}cis(\theta_1-\theta_2)$ olduğunu öğrendik. $\frac{Z_1}{Z_2}$ karmaşık sayısının argümenti

$$arg\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)=\theta_1-\theta_2=argZ_1-argZ_2,\ (argZ_1=\theta_1 \text{ ve } argZ_2=\theta_2)$$

formülüyle bulunur.

kavrama sorusu

$Z_1=2cis80°$

$Z_2=4cis140°$

$Z_3=4cis250°$

aşağıdaki ifadelerin esas argümentini bulunuz.

a) $\frac{Z_2}{Z_1}$

b) $\frac{Z_3}{Z_2}$

c) $\frac{Z_1}{Z_3}$

d) $\frac{Z_1.Z_2}{Z_3}$

e) $\frac{Z_2}{Z_1.Z_3}$

çözüm

$ArgZ_1=80°$, $ArgZ_2=140°$, $ArgZ_3=250°$

a) $Arg\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)=ArgZ_2-ArgZ_1=140°-80°=60°$

Cevap: 60°

b) $Arg\left(\frac{Z_3}{Z_2}\right)=ArgZ_3-ArgZ_2=250°-140°=110°$

Cevap: 110°

c) $Arg\left(\frac{Z_1}{Z_3}\right)=ArgZ_1-ArgZ_3=80°-250°=-170°$

$-170°+360°=190°$

Cevap: 190°

d) $Arg\left(\frac{Z_1.Z_2}{Z_3}\right)=ArgZ_1+ArgZ_2-ArgZ_3=80°+140°-250°=-30°$

$-30°+360°=330°$

Cevap: 330°

e) $Arg\left(\frac{Z_2}{Z_1.Z_3}\right)=ArgZ_2-ArgZ_1-ArgZ_3=140°-80°-250°=-190°$

$-190°+360°=170°$

Cevap: 170°

kavrama sorusu

$Arg(Z_1.Z_2)=105°$

$Arg\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)=45°$

olduğuna göre, **$ArgZ_1$ ve $ArgZ_2$ kaç derecedir?**

çözüm

$Arg(Z_1.Z_2)=ArgZ_1+\cancel{ArgZ_2}=105°$

$Arg\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)=ArgZ_1-\cancel{ArgZ_2}=45°$

+

$2ArgZ_1=150°$ ise $ArgZ_1=75°$ dir.

$ArgZ_1=75°$ ve $ArgZ_1+ArgZ_2=105°$ için $ArgZ_2=30°$

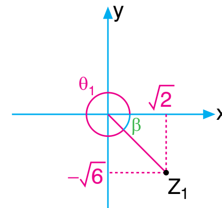
kavrama sorusu

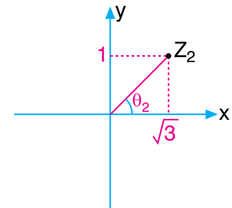
$$Z=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}i}{\sqrt{3}+i}$$

karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

çözüm

$Z_1=\sqrt{2}-\sqrt{6}i$ ve $Z_2=\sqrt{3}+i$ olsun.





$\tan\beta=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}$ ise $\beta=60°$ $\tan\theta_2=\frac{1}{\sqrt{3}}$ ise $\theta_2=30°$

$\theta_1=360°-60°=300°$

$ArgZ=Arg\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)=ArgZ_1-ArgZ_2=300°-30°=270°$

Cevap: 270°

soru 1

$Z_1 = \text{cis}50°$

$Z_2 = \text{cis}310°$

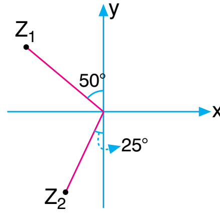
olduğuna göre, **$\text{Arg}\left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)$ kaç derecedir?**

A) 100° B) 160° C) 240° D) 250° E) 260°

soru 2

Yandaki şekle göre,

$\text{Arg}\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)$ kaç derecedir?



A) 95° B) 105° C) 245° D) 255° E) 265°

soru 3

$$Z = \frac{(\cos 112° + i\sin 112°).(\cos 66° + i\sin 66°)}{\cos 58° + i\sin 58°}$$

olduğuna göre, **Z karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?**

A) 100° B) 110° C) 120° D) 130° E) 140°

soru 4

$$Z = \frac{\cos 20° - i\sin 20°}{-\sin 40° + i\cos 40°}$$

olduğuna göre, **ArgZ kaç derecedir?**

A) 20° B) 120° C) 160° D) 210° E) 340°

soru 5

$\text{Arg}(Z_1.Z_2) = 135°$

$\text{Arg}(Z_2.Z_3) = 100°$

olduğuna göre, **$\text{Arg}\left(\frac{Z_1}{Z_3}\right)$ kaç derecedir?**

A) 40° B) 35° C) 30° D) 25° E) 15°

soru 6

$\text{Arg}\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right) = 70°$

$\text{Arg}\left(\frac{Z_2}{Z_3}\right) = 55°$

olduğuna göre, **$\text{Arg}\left(\frac{Z_3}{Z_1}\right)$ kaç derecedir?**

A) 245° B) 235° C) 225° D) 125° E) 115°

soru 7

$$Z = \frac{i}{-\sqrt{3} + \sqrt{3}i}$$

karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

A) 315° B) 225° C) 135° D) 90° E) 45°

soru 8

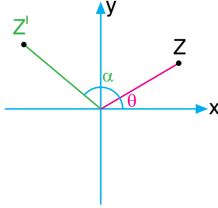
$$Z = \frac{-2}{\text{cis}120°}$$

karmaşık sayısının esas argümenti kaç derecedir?

A) 60° B) 120° C) 150° D) 210° E) 240°

1 – E 2 – D 3 – C 4 – D 5 – B 6 – B 7 – A 8 – A

Karmaşık Sayının Orjin Etrafında Döndürülmesi



Karmaşık düzlemde, Z=r.cisθ sayısına karşılık gelen noktanın orijin etrafında pozitif yönde α derece döndürülmesiyle elde edilen noktaya karşılık gelen karmaşık sayı,

$Z' = r.cis(\theta+\alpha) = \underbrace{r.cis\theta}_{Z}.cis\alpha = Z.cis\alpha$ ve **Z'=Z.cisα** formülüyle bulunur.

Negatif yönde α derece döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı **Z''=Z.cis(360°– α)** formülüyle bulunur.

kavrama sorusu

Z=3cis80°

karmaşık sayısının orijin etrafında pozitif yönde 50° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayıyı bulunuz.

çözüm

Z'=Z.cisα bağıntısından

Z'=Z.cis50°

Z'=3cis80°.cis50°

Z'=3cis(80°+50°)=3cis130°

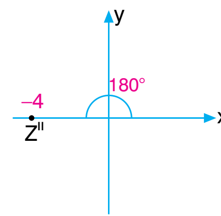
Cevap: 3cis130°

kavrama sorusu

Z=4cis110°

karmaşık sayısının orijin etrafında negatif yönde 290° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayıyı bulunuz.

çözüm



Z''=Z.cis(360°–α) bağıntısından

Z''=Z.(cis360°–290°)

=4cis110°.cis70°

=4cis(110°+70°)=4cis180°

olduğundan Z''=–4 tür.

Cevap: –4

kavrama sorusu

Z=2–3i

karmaşık sayısının orijin etrafında pozitif yönde 90° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayıyı bulunuz.

çözüm

Z'=Z.cisα ve cis90°=i olduğuna göre,

$Z'=Z.cis90°=(2–3i)(i)=2i–3i^2=2i+3$

Cevap: 3+2i

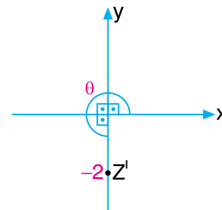
kavrama sorusu

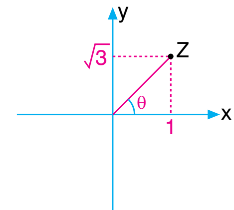
$Z=1+\sqrt{3}i$ karmaşık sayısı pozitif yönde α derece döndürüldüğünde Z'=–2i karmaşık sayısı elde ediliyor.

α kaç derecedir?

çözüm

Z' ve Z karmaşık sayılarını kutupsal biçimde yazalım.





Z'=2cis270°

$r=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{4}=2$

$\tan\theta=\frac{\sqrt{3}}{1}, \ \theta=60°$

Z=2cis60°

Z'=Z.cisα bağıntısından

$\cancel{2}cis270° = \cancel{2}cis60°.cis\alpha$ ise cis270°=cis(60°+α)

270°=60°+α ise 210°=α

Cevap: 210°

soru 1

Z=6cis110°

karmaşık sayısının orijin etrafında pozitif yönde 80° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6cis30° B) 6cis80° C) 6cis190°
D) cis190° E) cis220°

soru 2

Z=4cis40°

karmaşık sayısının orijin etrafında pozitif yönde 230° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4i B) 4 C) –2i D) –4 E) –4i

soru 3

Z=3cis20°

karmaşık sayısının orijin etrafında negatif yönde 80° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3cis100° B) 3cis160° C) 3cis260°
D) 3cis180° E) 3cis300°

soru 4

Z=6cis50°

karmaşık sayısının orijin etrafında negatif yönde 260° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-3\sqrt{3}+3i$ B) $-3+3\sqrt{3}i$ C) $-3\sqrt{3}-3i$
D) $-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}i$ E) $-\sqrt{3}+i$

soru 5

Z=1+4i

karmaşık sayısının orijin etrafında pozitif yönde 180° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1+4i B) 1–4i C) –1+4i D) –1–4i E) –4–i

soru 6

Z=–3+5i

karmaşık sayısının orijin etrafında negatif yönde 90° döndürülmesiyle elde edilen karmaşık sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 5–3i B) 5+3i C) –5–3i D) 3+5i E) –5+3i

soru 7

Z=–1+i

karmaşık sayısı orijin etrafında pozitif yönde α derece döndürüldüğünde $Z'=-2i$ karmaşık sayısı elde ediliyor.

α **kaç derecedir?**

A) 45° B) 90° C) 135° D) 225° E) 315°

soru 8

$Z=\sqrt{5}+i$

karmaşık sayısı orijin etrafında negatif yönde α derece döndürüldüğünde $Z'=1-\sqrt{5}i$ karmaşık sayısı elde ediliyor.

α **kaç derecedir?**

A) 60° B) 90° C) 150° D) 180° E) 270°

1 – C 2 – E 3 – E 4 – A 5 – D 6 – B 7 – C 8 – B

Kutupsal Biçimde Verilen Karmaşık Sayıların Kuvvetini Bulma

Kutupsal biçimi Z=r.cisθ olan bir karmaşık sayının n inci kuvveti alınırken r nin (mutlak değerinin) n inci kuvveti alınır argümenti n ile çarpılır. Z=r.cisθ ise $Z^n=r^n.cis(n.\theta)$ dir. Bu eşitliğe ***De Moivre eşitliği*** denir.

kavrama sorusu

$Z=2cis20°$

olduğuna göre, Z^5 **karmaşık sayısını kutupsal biçimde yazınız.**

çözüm

$Z^n=r^n.cis(n.\theta)$ bağıntısından

$Z^5=2^5.cis(5.20°)=32cis100°$

Cevap: 32cis100°

kavrama sorusu

$Z=3cis215°$

olduğuna göre, Z^4 **karmaşık sayısını kutupsal biçimde yazınız.**

çözüm

$Z^n=r^n.cis(n.\theta)$ bağıntısından

$Z^4=3^4.cis(4.215°)=81cis(860°)=81.cis140°$

860 | 360
−720 | 2
140

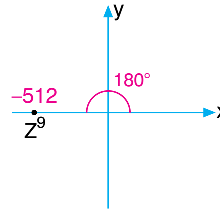
Cevap: 81cis140°

kavrama sorusu

$Z=2cis\frac{\pi}{3}$

olduğuna göre, Z^9 **karmaşık sayısının eşitini bulunuz.**

çözüm



$Z^n=r^n.cis(n.\theta)$ bağıntısından

$Z^9=2^9.cis\left(9.\frac{\pi}{3}\right)$

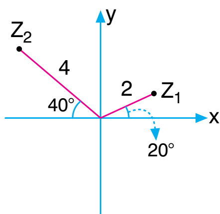
$Z^9=2^9.cis(3\pi)=2^9cis(3\pi-2\pi)$

$Z^9=2^9.cis\pi=512.cis180°$

$Z^9=-512$

Cevap: –512

kavrama sorusu



Yandaki şekle göre,

a) $Z_1^2.Z_2$

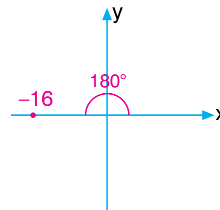
b) $\frac{Z_2^3}{Z_1^6}$

karmaşık sayılarının eşitlerini bulunuz.

çözüm

$Z_1=2cis20°$, $Z_2=4cis140°$

a)



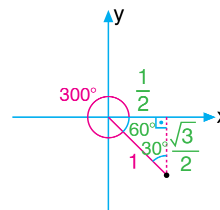
$Z_1^2=2^2.cis(2.20°)=4cis40°$

$Z_1^2.Z_2=4.cis40°.4cis140°=16.cis180°$

$Z_1^2.Z_2=-16$

Cevap: –16

b)



$Z_2^3=4^3.cis(3.140°)=64cis420°$

$Z_1^6=2^6.cis(6.20°)=64cis120°$

$\frac{Z_2^3}{Z_1^6}=\frac{64cis420}{64cis120}$

$=cis(420°-120°)=cis300°$

$\frac{Z_2^3}{Z_1^6}=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

Cevap: $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

soru 1

Z=2cis18°

olduğuna göre, **Z^4 karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 4cis72° B) 8cis72° C) 16cis54° D) 16cis72° E) 32cis72°

soru 2

Z=3cis65°

olduğuna göre, **Z^2 karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 3cis110° B) 3cis130° C) 9cis110° D) 9cis130° E) 27cis130°

soru 3

Z=cis320°

olduğuna göre, **Z^5 karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) cis170° B) cis160° C) cis150° D) cis140° E) cis130°

soru 4

$Z=\sqrt{2}cis65°$

olduğuna göre, **Z^{10} karmaşık sayısının kutupsal biçimi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 32cis310° B) 32cis300° C) 32cis290° D) 64cis290° E) 64cis310°

soru 5

$$Z = 2cis\frac{\pi}{4}$$

olduğuna göre, **Z^4 karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –16 B) –16i C) –16–16i D) 16 E) 16i

soru 6

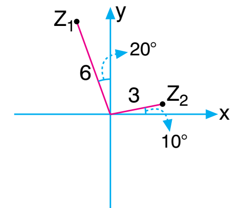
$$Z = cis\frac{\pi}{5}$$

olduğuna göre, **Z^{20} karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –i B) –1 C) 1+i D) i E) 1

soru 7

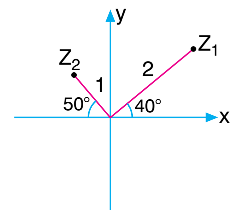
Yandaki şekle göre $\frac{Z_1^2}{Z_2}$ karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?



A) $-6\sqrt{3}+6i$ B) $-12-12\sqrt{3}i$ C) $-12\sqrt{3}-12i$ D) $-6-6\sqrt{3}i$ E) $-6\sqrt{3}-6i$

soru 8

Yandaki şekle göre $Z_1^2.Z_2$ karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?



A) $-2\sqrt{3}+2i$ B) $-4-4\sqrt{3}i$ C) $-4\sqrt{3}-4i$ D) $-2\sqrt{3}-2i$ E) $-2-2\sqrt{3}i$

KARTEZYEN EĞİTİM YAYINLARI

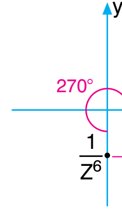
1 – D 2 – D 3 – B 4 – C 5 – A 6 – E 7 – E 8 – D

kavrama sorusu

Z=cis15°

olduğuna göre, $\frac{1}{Z^6}$ **karmaşık sayısının eşitini bulunuz.**

çözüm



$\frac{1}{Z^6} = Z^{-6} = cis(-6 \cdot 15) = cis(-90°)$

$-90° + 360° = 270°$

$\frac{1}{Z^6} = cis270° = -i$

$=cis(-90°)$

$=cis(-90°+360°)$

$=cis(270°)$

$=-i$

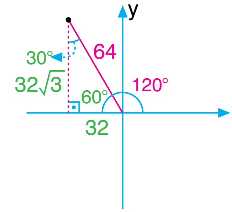
Cevap: –i

kavrama sorusu

Z=2(cos40°+isin40°)

olduğuna göre, $(\overline{Z})^6$ **karmaşık sayısının eşitini bulunuz.**

çözüm



$\overline{Z}=2(cos40°-isin40°)$ ise (+,–) 4.bölge

$Arg(\overline{Z})=360°-40°=320°$

$\overline{Z}=2cis320°$

$(\overline{Z})^6=2^6.cis(6.320)=64cis(1920°)$

$(\overline{Z})^6=64cis120°$

$(\overline{Z})^6=-32+32\sqrt{3}i$

1920	360
– 1800	5
120	

Cevap: $-32+32\sqrt{3}i$

Standart biçimde verilen Z=x+yi karmaşık sayısının n. kuvvetini almak için ilk önce karmaşık sayı kutupsal biçimde yazılır sonra De moivre eşitliği kullanılır.

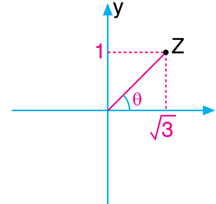
kavrama sorusu

$Z=\sqrt{3}+i$

olduğuna göre, Z^5 **karmaşık sayısının eşitini bulunuz.**

çözüm

$Z=\sqrt{3}+i$ kutupsal biçimde yazalım.

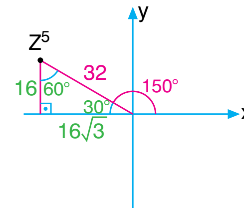


$r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$

$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ise $\theta = 30°$

$Z=2cis30°$

$Z^5=2^5.cis(5.30°)=32cis150°$



$Z^5=-16\sqrt{3}+16i$

Cevap: $-16\sqrt{3}+16i$

soru 1

$Z = cis15°$

olduğuna göre, $\frac{1}{Z^9}$ **karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-\sqrt{2}-\sqrt{2}i$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$
D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$ E) $-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$

soru 2

$Z = \frac{1}{4}cis30°$

olduğuna göre, $\frac{1}{Z}$ **karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $4\sqrt{3}-4i$ B) $4-4\sqrt{3}i$ C) $2\sqrt{3}-2i$
D) $2-2\sqrt{3}i$ E) $\sqrt{3}-i$

soru 3

$Z = \sqrt{2}.(\cos15°+i\sin15°)$

olduğuna göre, $(\overline{Z})^4$ **karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2-2\sqrt{3}i$ B) $2\sqrt{3}-2i$ C) $-2-2\sqrt{3}i$
D) $2+2\sqrt{3}i$ E) $-2+2\sqrt{3}i$

soru 4

$Z = \frac{1}{2}cis20°$

olduğuna göre, $\frac{1}{(\overline{Z})^6}$ **karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $64+64\sqrt{3}i$ B) $-64\sqrt{3}+64i$ C) $-64+64\sqrt{3}i$
D) $-32-32\sqrt{3}i$ E) $-32\sqrt{3}-32i$

soru 5

$Z = 1-\sqrt{3}i$

olduğuna göre, Z^6 **karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 32 B) 64 C) –32i D) –32 E) –64

soru 6

$Z = 1+\sqrt{3}i$

olduğuna göre, Z^7 **karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $128\sqrt{3}+128i$ B) $128+128\sqrt{3}i$ C) $64-64\sqrt{3}i$
D) $64\sqrt{3}+64i$ E) $64+64\sqrt{3}i$

soru 7

$Z = -1-i$

olduğuna göre, Z^{12} **karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) –64 B) –64i C) –32 D) 64 E) 64i

soru 8

$Z = -\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i$

olduğuna göre, Z^5 **karmaşık sayısının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i$ B) $-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i$
D) $\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i$ E) $1-i$

1 – E 2 – C 3 – A 4 – D 5 – B 6 – E 7 – A 8 – C

$Z = r.cis\theta$ ise $Z^n = r^n.cis(n.\theta)$ olduğunu öğrendik. Z^n karmaşık sayısının argümentini bulmak için, $arg(Z^n) = n.\theta = n.argZ, \quad argZ = \theta$ formülü kullanılır.

kavrama sorusu

a) $Z = 2cis70°$

olduğuna göre, **$Arg(Z^4)$ kaç derecedir?**

b) $Z = 3cis65°$

olduğuna göre, **$Arg\left(\frac{1}{Z^8}\right)$ kaç derecedir?**

çözüm

$Arg(Z^n) = n.ArgZ$ bağıntısından

a) $ArgZ = 70°$, $Arg(Z^4) = 4.ArgZ = 4.70° = 280°$

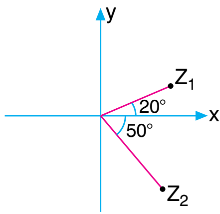
Cevap: 280°

b) $ArgZ = 65°$, $Arg\left(\frac{1}{Z^8}\right) = Arg(Z^{-8}) = -8.ArgZ = -8.65° = -520°$

$-520°$ nin esas ölçüsü $-520 + 720 = 200°$ dir.

Cevap: 200°

kavrama sorusu



Yandaki şekle göre

a) $Arg(Z_1^3.Z_2^2)$ kaç derecedir?

b) $Arg\left(\frac{Z_2}{Z_1^6}\right)$ kaç derecedir?

çözüm

$ArgZ_1 = 20°$, $ArgZ_2 = 360° - 50° = 310°$

a) $Arg(Z_1^3.Z_2^2) = ArgZ_1^3 + ArgZ_2^2 = 3ArgZ_1 + 2ArgZ_2$

$= 3.20° + 2.310° = 680°$, $680° - 360° = 320°$

Cevap: 320°

b) $Arg\left(\frac{Z_2}{Z_1^6}\right) = ArgZ_2 - ArgZ_1^6$

$= ArgZ_2 - 6.ArgZ_1$

$= 310° - 6.20° = 190°$

Cevap: 190°

kavrama sorusu

$Arg(Z_1^2.Z_2) = 140°$

$Arg\left(\frac{Z_2^4}{Z_1^2}\right) = 160°$

olduğuna göre, **$ArgZ_1$ ve $ArgZ_2$ kaç derecedir?**

çözüm

$Arg(Z_1^2.Z_2) = ArgZ_1^2 + ArgZ_2 = 2ArgZ_1 + ArgZ_2 = 140°$

$Arg\left(\frac{Z_2^4}{Z_1^2}\right) = ArgZ_2^4 - ArgZ_1^2 = 4ArgZ_2 - 2ArgZ_1 = 160°$

$+$

$5ArgZ_2 = 300°$

$ArgZ_2 = 60°$

$ArgZ_2 = 60°$ ve $2ArgZ_1 + ArgZ_2 = 140°$ için

$2ArgZ_1 + 60° = 140°$

$ArgZ_1 = 40°$

Cevap: $ArgZ_1 = 40°$, $ArgZ_2 = 60°$

kavrama sorusu

$$Z = \frac{(3cis75°)^3.(2cis105°)^2}{4cis85°}$$

olduğuna göre, **ArgZ kaç derecedir?**

çözüm

$Z_1 = 3cis75°$, $Z_2 = 2cis105°$ ve $Z_3 = 4cis85°$ olsun.

$Z = \frac{Z_1^3.Z_2^2}{Z_3}$ ve $ArgZ_1 = 75°$, $ArgZ_2 = 105°$, $ArgZ_3 = 85°$ dir.

$ArgZ = Arg\left(\frac{Z_1^3.Z_2^2}{Z_3}\right) = ArgZ_1^3 + ArgZ_2^2 - ArgZ_3$

$= 3ArgZ_1 + 2ArgZ_2 - ArgZ_3$

$= 3.75 + 2.105 - 85$

$= 350°$

Cevap: 350°

soru 1

Z=4cis35°

olduğuna göre, **Arg(Z^6) kaç derecedir?**

A) 180° B) 210° C) 240° D) 270° E) 300°

soru 2

Z=2cis75°

olduğuna göre, **Arg$\left(\frac{1}{Z^{10}}\right)$ kaç derecedir?**

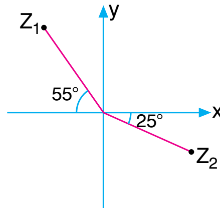
A) 30° B) 120° C) 210° D) 300° E) 330°

soru 3

Yandaki şekle göre

Arg($Z_1^2.Z_2$)

kaç derecedir?



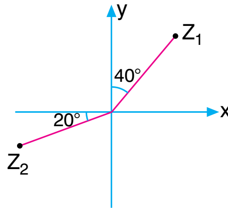
A) 195° B) 205° C) 215° D) 225° E) 235°

soru 4

Yandaki şekle göre

Arg$\left(\frac{Z_2^2}{Z_1^3}\right)$

kaç derecedir?



A) 230° B) 250° C) 260° D) 280° E) 300°

soru 5

$\text{Arg}(Z_1^2.Z_2) = 85°$

$\text{Arg}\left(\frac{Z_1^3}{Z_2}\right) = 90°$

olduğuna göre, **Arg(Z_1) kaç derecedir?**

A) 15° B) 25° C) 35° D) 40° E) 45°

soru 6

$\text{Arg}(Z_1^3.Z_2^2) = 140°$

$\text{Arg}\left(\frac{Z_1}{Z_2^2}\right) = 20°$

olduğuna göre, **Arg(Z_1^6)+Arg(Z_2^{-3}) kaç derecedir?**

A) 210° B) 180° C) 150° D) 120° E) 90°

soru 7

Z=$(\text{cis}42°)^4.(\text{cis}32°)$

olduğuna göre, **ArgZ kaç derecedir?**

A) 210° B) 200° C) 190° D) 180° E) 170°

soru 8

$Z = \frac{6\text{cis}48°}{(2\text{cis}72°)^3}$

olduğuna göre, **ArgZ kaç derecedir?**

A) 168° B) 178° C) 182° D) 192° E) 202°

1 – B 2 – E 3 – D 4 – B 5 – C 6 – A 7 – B 8 – D

Karmaşık Sayının n. Dereceden Kökleri

Z=r.cisθ karmaşık sayısının n. dereceden kökleri, k∈Z olmak üzere, $w_k = \sqrt[n]{Z} = Z^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{r}.cis\left(\frac{\theta + k.360°}{n}\right)$ bağıntısında k yerine 0,1,2........n–1 değerleri verilerek bulunur. Buradan bir karmaşık sayının n. dereceden n tane kökü bulunur.

Bir Karmaşık Sayının Karekökünü Bulma

$w_k = \sqrt[n]{Z} = \sqrt[n]{r}.cis\left(\frac{\theta + k.360°}{n}\right)$ bağıntısından yararlanarak Z karmaşık sayısının karekökü

$$\sqrt{Z} = \sqrt{r}.cis\left(\frac{\theta + k.360°}{2}\right) \begin{cases} k = 0 \text{ için } \sqrt{Z} = w_0 = \sqrt{r}.cis\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ k = 1 \text{ için } \sqrt{Z} = w_1 = \sqrt{r}.cis\left(\frac{\theta}{2} + 180°\right) \end{cases}$$

formülüyle bulunur.

kavrama sorusu

Z=4cis80°

karmaşık sayısının kareköklerini bulunuz.

çözüm

$$\sqrt{Z} = w_0 = \sqrt{r}.cis\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{4}.cis\left(\frac{80°}{2}\right) = 2cis40°$$

$$\sqrt{Z} = w_1 = \sqrt{r}.cis\left(\frac{\theta}{2} + 180°\right) = \sqrt{4}.cis\left(\frac{80°}{2} + 180°\right) = 2cis220°$$

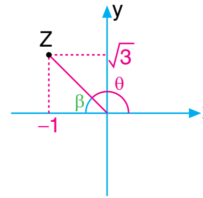
kavrama sorusu

$Z=-1+\sqrt{3}i$

karmaşık sayısının kareköklerini bulunuz.

çözüm

$Z=-1+\sqrt{3}$ ifadesini kutupsal biçimde yazalım.



$r = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$

$\tan\beta = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$ ise $\beta = 60°$

$\theta = 180° - 60° = 120°$

$Z = 2cis120°$

$Z=-1+\sqrt{3}i=2cis120°$ karmaşık sayısının karekökü

$$\sqrt{Z} = w_0 = \sqrt{r}.cis\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{2}.cis\left(\frac{120°}{2}\right) = \sqrt{2}cis60°$$

$$\sqrt{Z} = w_1 = \sqrt{r}.cis\left(\frac{\theta}{2} + 180°\right) = \sqrt{2}.cis\left(\frac{120°}{2} + 180°\right) = \sqrt{2}cis240°$$

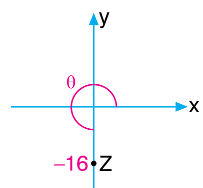
kavrama sorusu

Z=–16i

karmaşık sayısının kareköklerinin eşitini bulunuz.

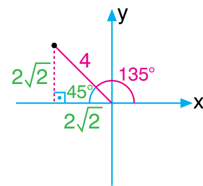
çözüm

Z=–16i ifadesini kutupsal biçimde yazalım.



r=16, θ=270°

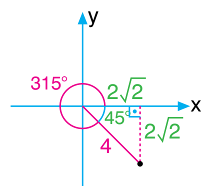
Z=16cis270°



$$\sqrt{Z} = w_0 = \sqrt{r}.cis\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$= \sqrt{16}.cis\left(\frac{270°}{2}\right) = 4cis135°$$

$w_0=-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i$



$$\sqrt{Z} = w_1 = \sqrt{r}.cis\left(\frac{\theta}{2} + 180°\right)$$

$$= \sqrt{16}.cis\left(\frac{270°}{2} + 180°\right)$$

$$= 4cis315°$$

$w_1=-2\sqrt{2}-2\sqrt{2}i$

soru 1

$Z=9cis50°$

karmaşık sayısının karekökleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) {3cis25°,3cis215°}
B) {3cis25°,3cis225°}
C) {3cis25°,3cis205°}
D) {9cis25°,9cis205°}
E) {9cis25°,9cis215°}

soru 2

$Z=16cis72°$

karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4cis32°
B) 4cis38°
C) 4cis126°
D) 4cis156°
E) 4cis216°

soru 3

$Z = cis\left(\frac{\pi}{2}\right)$

karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$
B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$
C) $-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$
D) $-\sqrt{2}+\sqrt{2}i$
E) $\sqrt{2}+\sqrt{2}i$

soru 4

$Z=\sqrt{3}+i$

karmaşık sayısının karekökleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{\sqrt{2}cis15°,\sqrt{2}cis105°\}$
B) {2cis15°,2cis195°}
C) {cis30°,cis210°}
D) $\{\sqrt{2}cis15°,\sqrt{2}cis195°\}$
E) $\{\sqrt{2}cis75°,\sqrt{2}cis255°\}$

soru 5

$Z=2-2\sqrt{3}i$

karmaşık sayısının kareköklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) cis150°
B) cis330°
C) 2cis120°
D) 2cis210°
E) 2cis330°

soru 6

$Z=-2-2\sqrt{3}i$

karmaşık sayısının karekökleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-1+\sqrt{3}i,1-\sqrt{3}i\}$
B) $\{1+\sqrt{3}i,-1-\sqrt{3}i\}$
C) $\{-1+\sqrt{3}i,-1-\sqrt{3}i\}$
D) $\{\sqrt{3}-i,-\sqrt{3}+i\}$
E) $\{\sqrt{3}+i,-\sqrt{3}-i\}$

soru 7

$Z=2i$

karmaşık sayısının karekökleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–i,i}
B) {–2i,2i}
C) {1+i,–1–i}
D) {1+i,1–i}
E) {–1+i,1–i}

soru 8

Kareköklerinden biri $Z_0=2cis250°$ olan karmaşık sayının diğer kökü aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2cis70°
B) 4cis70°
C) 2cis140°
D) 4cis140°
E) 2cis210°

1 – C　2 – E　3 – B　4 – D　5 – E　6 – A　7 – C　8 – A

$w_k = \sqrt[n]{Z} = \sqrt[n]{r}.cis\left(\frac{\theta + k.360°}{n}\right)$ bağıntısından yararlanarak

Küpkök	Dördüncü dereceden kök	Beşinci dereceden kök	n. dereceden kök
$\sqrt[3]{Z} = w_0 = \sqrt[3]{r}.cis\left(\frac{\theta}{3}\right)$	$\sqrt[4]{Z} = w_0 = \sqrt[4]{r}.cis\left(\frac{\theta}{4}\right)$	$\sqrt[5]{Z} = w_0 = \sqrt[5]{r}.cis\left(\frac{\theta}{5}\right)$	$\sqrt[n]{Z} = w_0 = \sqrt[n]{r}.cis\left(\frac{\theta}{n}\right)$
$w_1 = \sqrt[3]{r}.cis\left(\frac{\theta}{3} + 120°\right)$	$w_1 = \sqrt[4]{r}.cis\left(\frac{\theta}{4} + 90°\right)$	$w_1 = \sqrt[5]{r}.cis\left(\frac{\theta}{5} + 72°\right)$	$w_1 = \sqrt[n]{r}.cis\left(\frac{\theta}{n} + \frac{360°}{n}\right)$
$w_2 = \sqrt[3]{r}.cis\left(\frac{\theta}{3} + 240°\right)$	$w_2 = \sqrt[4]{r}.cis\left(\frac{\theta}{4} + 180°\right)$	$w_2 = \sqrt[5]{r}.cis\left(\frac{\theta}{5} + 144°\right)$	$w_2 = \sqrt[n]{r}.cis\left(\frac{\theta}{n} + \frac{720°}{n}\right)$
	$w_3 = \sqrt[4]{r}.cis\left(\frac{\theta}{4} + 270°\right)$	$w_3 = \sqrt[5]{r}.cis\left(\frac{\theta}{5} + 216°\right)$	$\vdots$
		$w_4 = \sqrt[5]{r}.cis\left(\frac{\theta}{5} + 288°\right)$	$w_{n-1} = \sqrt[n]{r}.cis\left(\frac{\theta}{n} + \frac{(n-1)360°}{n}\right)$

şeklinde bulunur.

kavrama sorusu

Z=2cis120°

karmaşık sayısının

a) küpköklerini

b) dördüncü dereceden köklerini

c) beşinci dereceden köklerini

bulunuz.

çözüm

a) $\sqrt[3]{Z} = w_0 = \sqrt[3]{2}.cis\left(\frac{120°}{3}\right) = \sqrt[3]{2}.cis40°$

$w_1 = \sqrt[3]{2}.cis\left(\frac{120°}{3} + 120°\right) = \sqrt[3]{2}.cis160°$

$w_2 = \sqrt[3]{2}.cis\left(\frac{120°}{3} + 240°\right) = \sqrt[3]{2}.cis280°$

b) $\sqrt[4]{Z} = w_0 = \sqrt[4]{2}.cis\left(\frac{120°}{4}\right) = \sqrt[4]{2}.cis30°$

$w_1 = \sqrt[4]{2}.cis\left(\frac{120°}{4} + 90°\right) = \sqrt[4]{2}.cis120°$

$w_2 = \sqrt[4]{2}.cis\left(\frac{120°}{4} + 180°\right) = \sqrt[4]{2}.cis210°$

$w_3 = \sqrt[4]{2}.cis\left(\frac{120°}{4} + 270°\right) = \sqrt[4]{2}.cis300°$

c) $\sqrt[5]{Z} = w_0 = \sqrt[5]{2}.cis\left(\frac{120°}{5}\right) = \sqrt[5]{2}.cis24°$

$w_1 = \sqrt[5]{2}.cis\left(\frac{120°}{5} + 72°\right) = \sqrt[5]{2}.cis96°$

$w_2 = \sqrt[5]{2}.cis\left(\frac{120°}{5} + 144°\right) = \sqrt[5]{2}.cis168°$

$w_3 = \sqrt[5]{2}.cis\left(\frac{120°}{4} + 216°\right) = \sqrt[5]{2}.cis240°$

$w_4 = \sqrt[5]{2}.cis\left(\frac{120°}{4} + 288°\right) = \sqrt[5]{2}.cis312°$

kavrama sorusu

Z=–8i

karmaşık sayısının küpköklerini bulunuz.

çözüm

Z=–8i ifadesini kutupsal biçimde yazalım.

y
x
θ
–8 Z

r=8, θ=270°

Z=8cis270°

$\sqrt[3]{Z} = w_0 = \sqrt[3]{8}.cis\left(\frac{270°}{3}\right) = 2cis90° = 2i$

$w_1 = \sqrt[3]{8}.cis\left(\frac{270°}{3} + 120°\right)$

$= 2cis210° = -\sqrt{3} - i$

$w_2 = \sqrt[3]{8}.cis\left(\frac{270°}{3} + 240°\right)$

$= 2cis330° = \sqrt{3} - i$

soru 1

Z=cis60°

karmaşık sayısının küpkökleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) {cis20°,cis140°,cis240°}
B) {cis20°,cis130°,cis260°}
C) {cis20°,cis140°,cis250°}
D) {cis20°,cis140°,cis260°}
E) {cis20°,cis110°,cis200°}

soru 2

Aşağıdakilerden hangisi Z=cis100° karmaşık sayısının dördüncü dereceden kökü olamaz?

A) cis25° B) cis115° C) cis205° D) cis295° E) cis305°

soru 3

Aşağıdakilerden hangisi Z=32cis40° karmaşık sayısının beşinci dereceden kökü olamaz?

A) 2cis8° B) 2cis80° C) 2cis152° D) 2cis286° E) 2cis296°

soru 4

Z=–8

karmaşık sayısının küpkökleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–2}
B) $\{-2, 1+\sqrt{3}i, -1-\sqrt{3}i\}$
C) $\{-2, 1+\sqrt{3}i, 1-\sqrt{3}i\}$
D) $\{-2, \sqrt{3}+i, \sqrt{3}-i\}$
E) $\{-2, \sqrt{3}+i, -\sqrt{3}-i\}$

soru 5

Z=–i

karmaşık sayısının küpköklerinin biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-i$
B) $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$
C) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$
D) $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$
E) $-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

soru 6

Aşağıdakilerden hangisi $Z=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ karmaşık sayısının dördüncü dereceden kökü olamaz?

A) cis295° B) cis285° C) cis195° D) cis105° E) cis15°

KARTEZYEN EĞİTİM YAYINLARI

soru 7

Aşağıdakilerden hangisi $Z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ karmaşık sayısının dördüncü dereceden kökü olamaz?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$
B) $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$
C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$
D) $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$
E) $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

soru 8

Altıncı dereceden köklerinden biri Z_0=cis15° olan karmaşık sayının diğer kökleri aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) cis305° B) cis255° C) cis195° D) cis135° E) cis75°

1 – D 2 – E 3 – D 4 – C 5 – E 6 – A 7 – B 8 – A

$Z^n=w$ ise $Z=\sqrt[n]{w}$ olur.

$Z^n=w$ eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarını bulmak için w karmaşık sayısının n. dereceden kökleri bulunur.

kavrama sorusu

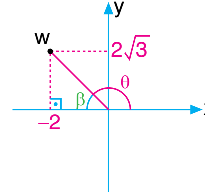
$Z^2=-2+2\sqrt{3}i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarını bulunuz.

çözüm

$w=-2+2\sqrt{3}i$ olsun. $Z^2=w$ ise $Z=\sqrt{w}$ olur.

w karmaşık sayısının kareköklerini bulmamız gerekir.



$r=\sqrt{(-2)^2+(2\sqrt{3})^2}=4$

$\tan\beta=\dfrac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ ise $\beta=60°$

$\theta=180°-60°=120°$

$w=4cis120°$

$Z=\sqrt{w}=w_0=\sqrt{4}.cis\left(\dfrac{120°}{2}\right)=2cis60°=1+\sqrt{3}i$

$w_1=\sqrt{4}.cis\left(\dfrac{120°}{2}+180°\right)=2cis240°=-1-\sqrt{3}i$

kavrama sorusu

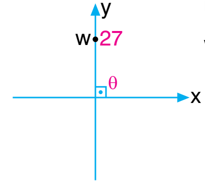
$Z^3=27i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarını bulunuz.

çözüm

$w=27i$ olsun. $Z^3=w$ ise $Z=\sqrt[3]{w}$ olur.

w karmaşık sayısının küpköklerini bulmamız gerekir.



$r=27,\ \theta=90°$

$w=27cis90°$

$Z=\sqrt[3]{w}=w_0=\sqrt[3]{27}.cis\left(\dfrac{90°}{3}\right)=3cis30°=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}+\dfrac{3}{2}i$

$w_1=\sqrt[3]{27}.cis\left(\dfrac{90°}{3}+120°\right)=3cis150°=-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}+\dfrac{3}{2}i$

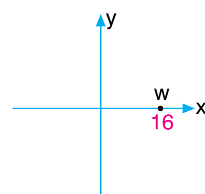
$w_2=\sqrt[3]{27}.cis\left(\dfrac{90°}{3}+240°\right)=3cis270°=-3i$

kavrama sorusu

$Z^4=16$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarını bulunuz.

çözüm



$w=16$ olsun. $Z^4=w$ ise $Z=\sqrt[4]{w}$ olur.

w karmaşık sayısının dördüncü dereceden köklerini bulmamız gerekir.

$r=16,\ \theta=0°$

$w=16cis0°$

$Z=\sqrt[4]{w}=w_0=\sqrt[4]{16}.cis\left(\dfrac{0}{4}\right)=2cis0°=2$

$w_1=\sqrt[4]{16}.cis\left(\dfrac{0}{4}+90°\right)=2cis90°=2i$

$w_2=\sqrt[4]{16}.cis\left(\dfrac{0}{4}+180°\right)=2cis180°=-2$

$w_3=\sqrt[4]{16}.cis\left(\dfrac{0}{4}+270°\right)=2cis270°=-2i$

soru 1

$Z^2=4i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayıları aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{1+i, -1-i\}$
B) $\{1+i, 1-i\}$
C) $\{\sqrt{2}+\sqrt{2}i, -\sqrt{2}+\sqrt{2}i\}$
D) $\{\sqrt{2}+\sqrt{2}i, \sqrt{2}-\sqrt{2}i\}$
E) $\{\sqrt{2}+\sqrt{2}i, -\sqrt{2}-\sqrt{2}i\}$

soru 2

$Z^2=-8i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1+i$
B) $-2-2i$
C) $1-i$
D) $2-2i$
E) $2+2i$

soru 3

$Z^2=1-\sqrt{3}i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$
B) $-\frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$
C) $-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}i$
D) $\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$
E) $-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{6}}{2}i$

soru 4

$Z^2-2Z+1=2i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) i
B) $1+2i$
C) $1+i$
D) $2+i$
E) $2-i$

soru 5

$Z^3-8=0$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1+\sqrt{3}i$
B) $-1-\sqrt{3}i$
C) $1-\sqrt{3}i$
D) $-\sqrt{3}-i$
E) $-\sqrt{3}+i$

soru 6

$Z^3-i=0$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarının toplamı kaçtır?

A) -1
B) $-i$
C) 0
D) 1
E) i

soru 7

$Z^4=1$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarından biri aşağıdakilerden hangisi <u>olamaz</u>?

A) -1
B) $-i$
C) 1
D) i
E) $2i$

soru 8

$Z^4+9=0$

eşitliğini sağlayan karmaşık sayılarının çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) -9
B) $-9i$
C) $-3i$
D) 9
E) $9i$

1 – E 2 – D 3 – A 4 – D 5 – B 6 – C 7 – E 8 – D

Bir Karmaşık Sayının n. Dereceden Köklerinin Geometrik Yeri

$Z=r.cis\theta$ karmaşık sayısının n. dereceden köklerinin karmaşık düzlemdeki görüntüleri merkezi orijinde olan $\sqrt[n]{r}$ olan yarıçaplı çember üzerinde bulunan bir düzgün n-genin köşeleridir.

$Z=r.cis\theta$ karmaşık sayısının

	Kök Sayısı	Köklerin Geometrik Yeri
Karekök	2	Kökler yarıçapı $\sqrt{r}$ olan çember üzerinde bulunur ve orijine göre simetriktir. Z karmaşık sayısının kareköklerinden biri $w_0=a+bi$ ise diğer $w_1=-a-bi$ dir. Buna göre, a) $w_0+w_1=a+bi-a-bi=0$ b) $w_0.w_1=(a+bi).(-(a+bi))=-(a+bi)^2=-w_0^2=-Z$ c) w_0 ile w_1 arası uzaklık $\|w_0-w_1\|=2\sqrt{r}$
Küpkök	3	Köklerin görüntüleri ağırlık merkezi orijinde olan bir eşkenar üçgenin köşeleridir.
Dördüncü dereceden kök	4	Köklerin görüntüleri ağırlık merkezi orijinde olan bir karenin köşeleridir.
n. dereceden kök	n	Köklerin görüntüleri ağırlık merkezi orijinde olan bir düzgün n-genin köşeleridir.

kavrama sorusu

$Z=x+yi$

karmaşık sayısının kareköklerinden biri $w_0=5-2i$ ise diğer kökünü bulunuz.

çözüm

Kareköklerinden biri a+bi ise diğeri –a–bi dir.

$w_0=5-2i$ ise diğer kök $w_1=-5+2i$ dir.

kavrama sorusu

$Z^2=8-15i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarının

a) toplamını bulunuz.

b) çarpımını bulunuz.

c) arasındaki uzaklığı bulunuz.

çözüm

$Z^2=8-15i$ ise $Z_0=\sqrt{8-15i}$

$Z_1=-\sqrt{8-15i}$

a) $Z_0+Z_1=\sqrt{8-15i}-\sqrt{8-15i}=0$

b) $Z_0\cdot Z_1=\sqrt{8-15i}\cdot(-\sqrt{8-15i})=-(8-15i)=-8+15i$

c) $r=\sqrt{8^2+(-15)^2}=\sqrt{289}=17$

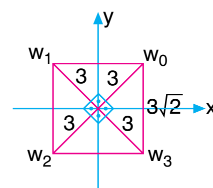
$|Z_0-Z_1|=2\sqrt{r}=2\sqrt{17}$

kavrama sorusu

$Z^4=-81$

karmaşık sayısının köklerinin karmaşık düzlemdeki görüntülerini köşe kabul eden çokgensel bölgenin alanı kaç br^2 dir?

çözüm



Köklerinin görüntüleri ağırlık merkezi orijinde olan bir karenin köşeleridir.

$Alan=(3\sqrt{2})^2=18$

soru 1

Z=x+yi karmaşık sayısının kareköklerinden biri –3+4i ise diğer kök aşağıdakilerden hangisidir?

A) –3–4i B) 3+4i C) 3–4i D) 4–3i E) –4–3i

soru 2

$Z^2=5-12i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarının toplamı kaçtır?

A) 3–2i B) 2–3i C) 0 D) 3+2i E) 6

soru 3

$Z^2=-3+4i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayılarının çarpımı kaçtır?

A) 4+3i B) 4–3i C) 3+4i D) –3+4i E) 3–4i

soru 4

$Z^2=9+12i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayıları Z_0 ve Z_1 dir.

Buna göre, $(Z_0+3).(Z_1+3)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

A) 12i B) 9+12i C) 0 D) –12i E) –9–12i

soru 5

$Z^2=6-8i$

eşitliğini sağlayan Z karmaşık sayıları arasındaki uzaklık kaçtır?

A) $2\sqrt{10}$ B) $\sqrt{10}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $\sqrt{5}$ E) 20

soru 6

$Z^4=-16$

karmaşık sayısının köklerinin karmaşık düzlemdeki görüntüleri köşe kabul eden çokgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 4 B) $4\sqrt{2}$ C) 8 D) $8\sqrt{2}$ E) 16

soru 7

$Z^4=16$

karmaşık sayısının köklerinin karmaşık düzlemdeki görüntüleri köşe kabul eden çokgenin çevresi kaç br dir?

A) 4 B) 8 C) $8\sqrt{2}$ D) 16 E) $16\sqrt{2}$

soru 8

$Z^3=64$

karmaşık sayısının köklerinin karmaşık düzlemdeki görüntüleri köşe kabul eden çokgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $18\sqrt{3}$ B) $12\sqrt{3}$ C) $9\sqrt{3}$ D) $6\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

1 – C 2 – C 3 – E 4 – D 5 – A 6 – C 7 – C 8 – B